

# Ondelettes 2D directionnelles et transformations multiéchelle géométriques

Laurent Duval\*  
IFP Energies nouvelles  
Séminaire LJK : géométrie-images

13/06/2013

## Abstract

La quête de représentations optimales en traitement d'images et vision par ordinateur se heurte à la variété de contenu des données bidimensionnelles. De nombreux travaux se sont cependant attelés aux tâches de séparation de zones régulières, de contours, de textures, à la recherche d'un compromis entre complexité et efficacité de représentation. La prise en compte des aspects multi-échelles, dans le siècle de l'invention des ondelettes, a joué un rôle important en l'analyse d'images. Les quinze dernières années (depuis notamment [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]) ont ainsi vu apparaître une série de méthodes efficaces, combinant des aspects multi-échelle ou pyramidaux à des aspects directionnels et fréquentiels, permettant de mieux prendre en compte l'orientation des éléments d'intérêt des images (*bandelettes*, *contourlets*, *curvelets*, *dual-tree wavelets*, *shearlets*, etc.). Leur fréquente redondance leur permet d'obtenir des représentations plus parcimonieuses, parfois quasi-invariantes pour certaines transformations usuelles (translation, rotation) et permettant de capturer l'anisotropie [14]. Ces méthodes sont la motivation d'une présentation en panorama thématique.



## 1 Résumé

Ce travail présente une synthèse bibliographique [1] sur les transformations en multirésolution géométriques, ou "ondelettes" bidimensionnelles, pour le traitement d'images. Ces transformations ont connu un développement rapide à partir des années 1998–1999, qui s'est concrétisé par le bourgeonnement de transformées en "-let". Les approches multirésolution revêtent un certain intérêt, pour différentes raisons (inspirées de [15]) :

1. le nombre limité d'échelles auxquelles les objets peuvent avoir un sens [16, 17, 18],
2. l'observation d'aspects "multirésolution" dans la physiologie du système visuel humain [19],
3. la possibilité de produire, au travers de capteurs, des informations numériques à différentes résolutions, ainsi que l'intérêt de niveaux hiérarchiques d'extraction d'information,

---

\*avec Laurent Jacques, Caroline Chaux, Gabriel Peyré, Signal Processing, 2011 [1].

4. la structuration multi-échelle des éléments distinctifs d'images numériques (contours, textures, bruits),
5. les avantages calculatoires de telles représentations, en termes notamment de parcimonie,
6. la robustesse, la relative généralité (pour des types de données différentes) des approches développées.

S'inspirant de modèles d'images combinant:

1. parties régulières, par exemple polynomiales par morceaux,
2. ruptures de type bords et contours,
3. textures géométriques,
4. résidus moins modélisables (bruits),

de nombreuses transformations associent des décompositions pyramidales/multi-échelles et d'autres outils, plus adaptés à certaines des quatre composantes citées plus haut : modélisation par polynômes ou courbes régulières, dérivées orientées, géométrie discrète, détecteurs de courbes paramétriques, morphologie mathématique, estimateurs fréquentiels locaux, flot optique, modèles aléatoires, filtres non linéaires, etc.

Cette hybridation a pu doter les transformées multi-échelle classiques d'une plus grande robustesse aux bruits, d'une sensibilité accrue à l'orientation, d'une meilleure sélectivité des fréquences, pour des représentations plus compactes et plus efficaces pour différents traitements (débruitage, déconvolution, segmentation, détection). Des extensions non-euclidiennes ou aux graphes seront évoquées.

## References

- [1] L. Jacques, L. Duval, C. Chaux, and G. Peyré. A panorama on multiscale geometric representations, intertwining spatial, directional and frequency selectivity. *Signal Process.*, 91(12):2699–2730, Dec. 2011.
- [2] B. A. Olshausen and D. J. Field. Sparse coding with an overcomplete basis set: A strategy employed by V1? *Vis. Res.*, 37(23):3311–3325, 1997.
- [3] F. G. Meyer and R. R. Coifman. Brushlets: A tool for directional image analysis and image compression. *Appl. Comp. Harm. Analysis*, 4(2):147–187, 1997.
- [4] N. G. Kingsbury. The dual-tree complex wavelet transform: a new technique for shift invariance and directional filters. In *Proc. IEEE Digital Signal Process. Workshop*, Bryce Canyon, UT, USA, Aug. 9-12, 1998.
- [5] R. DeVore, S. V. Konyagin, and V. N. Temlyakov. Hyperbolic wavelet approximation. *Constructive Approximation*, 14:1–26, 1998.
- [6] O. Nestares, R. Navarro, J. Portilla, and A. Tabernero. Efficient spatial domain implementation of a multiscale image representation based on Gabor functions. *J. Electronic Imaging*, 7(1):166–173, 1998.
- [7] J.-C. Faugère, F. Moreau de Saint-Martin, and F. Rouillier. Design of regular nonseparable bidimensional wavelets using Gröbner basis techniques. *IEEE Trans. Signal Process.*, 46(4):845–856, Apr. 1998.
- [8] D. L. Donoho. Fast edgelet transform and applications. Technical report, Stanford University, 1998.
- [9] L. Florack and A. Kuijper. The topological structure of scale-space images. Technical report, NL, 1998.
- [10] E. J. Candès and D. L. Donoho. Curvelets — a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. In A. Cohen C. Rabut and L. L. Schumaker, editors, *Curves and Surfaces*, pages 105–120. Vanderbilt University Press, Nashville, TN, USA, 1999.
- [11] C. P. Rosiene and T. Q. Nguyen. Tensor-product wavelet vs. Mallat decomposition: a comparative analysis. In *Proc. Int. Symp. Circuits Syst.*, volume 3, pages 431–434, Jul. 1999.

- [12] G. Koepfler and L. Moisan. Geometric multiscale representation of numerical images. In *Proc. 2nd Int. Conf. on Scale-Space Theories in Computer Vision (Scale-Space)*, pages 339–350, London, UK, 1999. Springer-Verlag.
- [13] J.-P. Antoine, R. Murenzi, and P. Vandergheynst. Directional wavelets revisited: Cauchy wavelets and symmetry detection in patterns. *Appl. Comp. Harm. Analysis*, 6(3):314–345, 1999.
- [14] P. Abry, M. Clausel, S. Jaffard, S. Roux, and B. Vedel. Hyperbolic wavelet transform: an efficient tool for multifractal analysis of anisotropic textures. *PREPRINT*, October 2012.
- [15] H. J. A. M. Heijmans and J. Goutsias. Morphological decomposition systems with perfect reconstruction: From pyramids to wavelets. volume 183 of *Lect. Notes Comput. Sci.*, pages 279–314. Springer, 2005. Contributions in Honor of Georges Matheron in the Fields of Geostatistics, Random Sets and Mathematical Morphology.
- [16] D. Marr and T. Poggio. A computational theory of human stereo vision. *Proc. R. Soc. Lond. B*, 204(1156):301–328, May 1979.
- [17] E. C. Hildreth. Implementation of a theory of edge detection. Technical Report AITR-579, MIT, Artificial Intelligence Lab, Apr. 1980.
- [18] D. Marr. *Vision*. The MIT Press, 2010.
- [19] J. G. Daugman. Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency, and orientation optimized by twodimensional visual cortical filters. *J. Opt. Soc. Amer. A*, 2(7):1160–1169, Jul. 1985.