

Compression de données sismiques : bancs de filtres et transformées étendues, synthèse et adaptation

Laurent DUVAL

25 février 2002

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu M. Messaoud Benidir (Laboratoire des signaux et systèmes, Gif-sur-Yvette) d'avoir bien voulu présider le jury de thèse, M. Jacques Oksman (École supérieure d'électricité, Gif-sur-Yvette) pour avoir dirigé mes travaux de recherches, les rapporteurs, Mme Madeleine Bonnet (université René-Descartes, Paris-V) et M. Dominique Gibert (université de Rennes 1) pour leurs remarques pertinentes, Mr Truong Nguyen (Boston University) pour m'avoir fait l'amitié de venir participer à ce jury, M. Van Bui Tran (Institut français du pétrole, Rueil-Malmaison). Les questions et la discussion qui suivirent la présentation me fourniront matière à réflexion pour quelques années.

Ces travaux furent financés par l'Institut français du pétrole (IFP). Je remercie pour leur accueil dans leurs divisions respectives MM. Alain Bamberger (division informatique scientifique et mathématiques appliquées) et Vincent Richard (division géophysique).

Ces travaux furent encadrés à l'IFP par M. Van Bui Tran, promoteur de ce sujet de thèse. Pour son suivi, son enthousiasme communicatif en traitement du signal et ses encouragements constants, ses incitations (injonctions?) permanentes à la simplicité, je lui « dédicace » la transformée de biHaar et lui adresse un remerciement renouvelé.

Ces travaux se déroulèrent en partie à l'université de Boston, et je remercie vivement Truong Nguyen (Boston University), Soontorn Orintara (désormais à University of Texas at Arlington) et Trac Tran (désormais à The Johns-Hopkins University, Baltimore) pour m'avoir fait découvrir la déraisonnable efficacité des transformées étendues.

La forme finale de ce manuscript doit beaucoup aux conseils et remarques avisés de Madeleine Bonnet, Van Bui Tran, Dominique Gibert, Anne Jardin et Salvador Rodriguez. Je remercie tout particulièrement Marc Becquey, de la division géophysique, pour ses conseils, nos nombreuses discussions sur l'information sismique et sa relecture attentive de plusieurs phases de ce rapport. Tout manque de clarté résiduel dans le tapuscrit ne saurait être imputé qu'à son rédacteur.

Pour diverses raisons (géophysiques, typographiques, informatiques, morales, etc.) et à divers degrés, je remercie également Martine Ancel, Renate Bary, Virginie Bernatas, Josette Bruneau, Alain Chauvière, Louis Cherel, Julien Clermonté, Michel Dubesset, Jean-Claude Dubois, Jocelyne Fayard, Pierre Ferré, François Girard, Christian Grouffal, Michel Guion (pour la Finlande), Dominique Humeau, Christian Le Bras, Christine Le Cleac'h, Bruno Lety,

Sylvie Louis, Éveline Maffiolo (pour la poster-ité), Charles Naville (pour le bit de signe), Judith Pirot, Jean-Marc Richard, Benoît Thillaye du Boullay, Alexandre Throo, Thierry Tonellot (pour L^AT_EX, entre autres).

Ces travaux furent suivis par l'École supérieure d'électricité, où je remercie également Michel Barret, Jean-Luc Collette, Joël Soumagne, Fabienne Suraud (pour sa gentillesse et sa disponibilité jusqu'à la célébration de clôture) et Patrick Turelle.

Ces travaux ont également bénéficié de collaborations et de discussions très enrichissantes avec les personnes suivantes : tout particulièrement Tage Røsten, (désormais à Statoil, Trondheim), pour nos nombreux échanges Norvège/France et l'écriture à deux claviers d'un article pour une conférence SEG, article qui a reçu un prix encourageant. Son aide précieuse a enrichi les résultats comparatifs situés en fin de document, avec la satisfaction de voir nos thèses parallèles converger partiellement. Merci également à Pierre Bois (précédemment à l'IFP, comme précurseur de la compression des données sismiques), Pierre-Yves Galibert (Compagnie générale de géophysique, Massy), François Meyer (Boulder University), Takayuki Nagai (University of Electro-Communications, Tōkyō).

Ces travaux ont enfin reçu le soutien moins tangible mais néanmoins indéfectible de ma famille proche, d'amis et de quelques collègues doctorants dont le grand jour approche. Bonne chance à ces derniers.

Un certain nombre de personnes non encore mentionnées trouveront mes excuses et très probablement leur nom dans le développement en base 26 du nombre π . Les valeurs des lettres sont $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$. Avec cette convention, les premières « décimales » sont, pour mémoire :

$$\pi \simeq D + D/26 + R/26^2 + S/26^3 + Q/26^4 + L/26^5 \dots$$

Résumé

Ce travail de thèse propose une méthode de compression avec pertes de signaux sismiques, qui se décline en deux algorithmes.

Les algorithmes les plus souvent employés pour la compression de données sismiques utilisent des transformées en ondelettes ou en paquets d'ondelettes. Cette étape de transformation est très importante pour décorréler l'information contenue dans les signaux sismiques. L'emploi des ondelettes est souvent justifié par leur capacité à saisir à la fois les tendances et les détails des signaux à différentes échelles. Mais il faut noter que le seul aspect mathématique des transformées ne suffit pas à réaliser la compression des données. Les coefficients issus de la transformation sont généralement quantifiés puis codés par les techniques classiques de codage entropique.

Nous proposons ici un premier algorithme de compression basé sur la transformée en ondelettes. Cette transformation est assortie d'une technique de codage arborescent des coefficients de type *zerotree coding*, d'emploi original en sismique. Ce choix permet de répondre à certains besoins concernant l'acquisition ou la visualisation des données sismiques. Cependant, l'emploi des transformées en ondelettes classiques reste une approche relativement rigide, sans adaptation particulière aux signaux. Or, il est souvent souhaitable de pouvoir adapter les transformées aux propriétés de chaque type de signaux.

Nous proposons donc un deuxième algorithme employant, à la place des ondelettes, un ensemble de transformées dites « transformées étendues ». Ces transformées, issues de la théorie des bancs de filtres, sont paramétrées. Les LOT (*lapped orthogonal transforms*) de H. Malvar ou les GenLOT (*generalized lapped orthogonal transforms*) de de Queiroz *et al.* en sont des exemples connus. Nous proposons plusieurs critères d'optimisation de ces paramètres, permettant de construire des « transformées étendues » adaptées aux propriétés des signaux sismiques. Nous montrons que ces transformées peuvent être utilisées avec un codage des coefficients analogue au codage arborescent employé pour les ondelettes. L'emploi du même codage permet la comparaison objective des performances relatives des ondelettes et des transformées étendues.

Les deux algorithmes de compression proposés possèdent pour avantages la possibilité de choisir précisément le taux de compression des données, de compresser les données par blocs (dans le cas des transformées étendues) et de pouvoir décompresser partiellement les données,

pour le contrôle-qualité ou la visualisation.

Les performances des deux algorithmes proposés sont testées sur un ensemble de données sismiques réelles. Ces performances sont évaluées pour différentes mesures de qualité ainsi qu'en analysant le type de dégradation induit par ces deux algorithmes. Nous comparons également leurs performances à d'autres algorithmes de compression de données sismiques sur le même ensemble de données.

Abstract

Wavelet and wavelet packet transforms are the most commonly used algorithms for seismic data compression. Wavelet coefficients are generally quantized and encoded by classical entropy coding techniques.

We first propose in this work a compression algorithm based on the wavelet transform. The wavelet transform is used together with a zerotree type coding, with first use in seismic applications. Classical wavelet transforms nevertheless yield a quite rigid approach, since it is often desirable to adapt the transform stage to the properties of each type of signal.

We thus propose a second algorithm using, instead of wavelets, a set of so called “extended transforms”. These transforms, originating from the filter bank theory, are parameterized. Classical examples are Malvar’s Lapped Orthogonal Transforms (LOT) or de Queiroz *et al.* Generalized Lapped Orthogonal Transforms (GenLOT). We propose several optimization criteria to build “extended transforms” which are adapted the properties of seismic signals. We further show that these transforms can be used with the same zerotree type coding technique as used with wavelets. Both proposed algorithms provide exact compression rate choice, block-wise compression (in the case of extended transforms) and partial decompression for quality control or visualization.

Performances are tested on a set of actual seismic data. They are evaluated for several quality measures. We also compare them to other seismic compression algorithms.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
1. Introduction	1
1.1. Exposé du problème	1
1.2. Motivations et moyens de la compression en sismique	2
1.2.1. Pourquoi comprimer les données sismiques ?	2
1.2.2. Comment comprimer les données sismiques ?	3
1.3. Présentation du mémoire	4
I. Outils pour la compression de données sismiques	7
2. Spécificités des données sismiques	9
2.1. Nature des données sismiques	9
2.1.1. Principes de la sismique réflexion	9
2.1.2. Du signal sismique à l'interprétation, en bref	10
2.2. Besoins spécifiques à la géophysique	10
2.2.1. Stockage et transmission	12
2.2.2. Traitement sismique et accès aux données	13
2.2.3. Quelles données doivent être comprimées ?	14
3. Généralités sur la compression de signaux	15
3.1. Introduction à la compression de signaux	15
3.1.1. Vocabulaire et notations pour la compression de signaux	15
3.1.2. Principes de base de la compression	16
3.1.3. Schéma classique d'un système de compression	18
3.1.4. Limitations du schéma classique et schéma « étendu »	19
3.2. Segmentation et extension des signaux	22

3.3.	Transformation	24
3.3.1.	Prédiction et interpolation	24
3.3.2.	Transformées linéaires	25
3.3.3.	Transformées en ondelettes	26
3.4.	Réduction	26
3.4.1.	Quantification scalaire	27
3.4.2.	Quantification vectorielle	28
3.4.3.	Classification	29
3.5.	Réarrangement des coefficients	29
3.5.1.	Codage par amplitude	29
3.5.2.	Codage par plans de bits	30
3.5.3.	Codage en ligne brisée	31
3.6.	Codage entropique	32
3.6.1.	Codage par plage	32
3.6.2.	Codage par niveau	33
3.6.3.	Codage de Huffman	33
3.6.4.	Codage arithmétique	35
3.6.5.	Codage par dictionnaire	36
3.7.	Critères de qualité, adaptation et codage intrinsèque	36
3.7.1.	Critères de qualité objectifs	36
3.7.2.	Critères de qualité subjectifs	37
3.7.3.	Adaptation de l'algorithme de compression	38
3.7.4.	Codage intrinsèque	38
4.	Compression de données sismiques : mise en œuvre et historique	41
4.1.	Un exemple de mise en œuvre : le format JPEG	42
4.1.1.	Introduction au format JPEG	42
4.1.2.	Principes du format JPEG	42
4.2.	Historique de la compression de données sismiques	43
4.2.1.	La compression de données sismiques par époques	43
4.2.2.	Les précurseurs : P. Bois et L. Wood	44
4.2.3.	L'époque des techniques prédictives	46
4.2.4.	L'époque des transformées classiques	47
4.2.5.	L'époque des ondelettes	48
4.2.6.	Tendances actuelles : transformées locales et bancs de filtres	50
4.2.7.	Travaux allogènes liés à la classification	51
4.3.	Discussion sur la compression avec ou sans pertes	52
4.3.1.	Peut-on vraiment compresser sans pertes ?	52
4.3.2.	Pour une compression avec pertes raisonnées d'information sismique	54

II. Bancs de filtres et transformées étendues : formalisme, optimisation et mise en œuvre	59
5. Transformées classiques	61
5.1. Introduction sur les transformées	61
5.2. Transformée de Haar	62
5.3. Vers les transformées étendues et les ondelettes	65
5.4. Vocabulaire et notations	66
5.4.1. Vocabulaire	66
5.4.2. Notations	67
5.5. Transformées par blocs	68
5.5.1. Formalisme matriciel	68
5.5.2. Transformée de Karhunen-Loève	70
5.5.3. Transformées discrètes en cosinus	72
5.5.4. Transformée de Walsh	73
5.5.5. Limitations des transformées par blocs	74
6. Bancs de filtres et transformées étendues	77
6.1. Introduction à la notion de transformée étendue	78
6.1.1. Transformées étendues à deux canaux	78
6.1.2. Transformée de biHaar, introduction	82
6.1.3. Transformée de biHaar, représentation compacte	83
6.1.4. Comparaison des transformées de Haar et de biHaar	84
6.1.5. Formulation polyphase pour bancs de filtres à deux canaux	85
6.2. Transformées étendues	89
6.2.1. Conditions de reconstruction parfaite	90
6.2.2. Formulation polyphase de la reconstruction parfaite	91
6.2.3. Transformées en ondelettes « classiques »	92
6.2.4. Transformées orthogonales à recouvrement (TOR)	93
6.2.5. Transformées semiorthogonales à recouvrement (TSOR)	96
6.2.6. Transformées orthogonales à recouvrement étendu (TORE)	98
6.2.7. Transformées semiorthogonales à recouvrement étendu (TSORE)	102
6.2.8. Décomposition avancée des transformées étendues	103
6.2.9. Transformées étendues et bases de la droite discrète	103
6.2.10. Conclusions partielles sur les transformées étendues	104

7. Optimisation et modélisation	107
7.1. Généralités sur l'optimisation	108
7.2. Critères d'optimisation	110
7.2.1. Gain de prédiction et de codage	110
7.2.2. Atténuation hors-bande passante	113
7.2.3. Étalement de la composante continue	113
7.2.4. Atténuation aux fréquences d'aliasage	114
7.2.5. Utilisation des critères d'optimisation	114
7.3. Modélisation des signaux sismiques	115
8. Mise en œuvre des transformées et compression	117
8.1. Préliminaires à la mise en œuvre des transformées	117
8.1.1. Introduction	117
8.1.2. Extension des signaux	118
8.2. Schéma de compression	118
8.2.1. Décomposition dyadique	118
8.2.2. Arbres binaires et ondelettes	120
8.2.3. Un exemple de codage arborescent	123
8.2.4. Arbres binaires et transformées	124
8.2.5. Conclusions	126
III. Applications : compression et débruitage	127
9. Compression : résultats objectifs	129
9.1. Données sismiques, critères de qualité	130
9.1.1. Choix des données	130
9.1.2. Rappel sur les critères de qualité employés	132
9.2. Comparaison entre ondelettes et paquets d'ondelettes	132
9.2.1. Compléments sur les algorithmes employés	132
9.2.2. Performances sur des tirs sismiques de même nature	133
9.2.3. Performance sur des signaux sismiques de nature différente	136
9.2.4. Conclusions partielles sur les ondelettes et paquets d'ondelettes	137
9.3. Modélisation et optimisation des transformées	141
9.3.1. Description de l'approche employée	141
9.3.2. Modélisation de tirs terrestres et marines	141
9.3.3. Modélisation d'une section sommée	145
9.3.4. Calculs de modèles moyens par jeu de données	145
9.3.5. Optimisation des transformées sur des modèles moyens	147
9.3.6. Remarques sur l'optimisation pour la compression en 1D et 2D	149

9.3.7. Notations employées pour les transformées optimisées	151
9.4. Compression par TOR et TDC	151
9.5. Compression par transformées étendues	152
9.5.1. Préliminaires	152
9.5.2. Distorsion différentielle sans prétraitement	155
9.5.3. Distorsion différentielle après un prétraitement élémentaire	156
9.6. Comparaison à des algorithmes concurrents	159
9.6.1. Paquets d'ondelettes (T. Chen)	159
9.6.2. Bancs de filtres non parfaits (T. Røsten)	162
9.7. Conclusions sur les résultats objectifs	164
9.7.1. Conclusions sur les transformées testées	164
9.7.2. Peut-on déterminer un seuil de compression objectif?	165
9.7.3. Vers une analyse subjective de la compression	166
10. Compression : résultats subjectifs	169
10.1. Visualisation du bruit de compression	169
10.1.1. Impact de la compression sur un tir terrestre	170
10.1.2. Impact de la compression sur une section sommée	176
10.1.3. Impact de la compression sur un traitement de sommation	179
10.2. Conclusions sur les résultats subjectifs	180
10.2.1. Remarques sur la visualisation du bruit	180
10.2.2. Discussion sur les résultats et le bruit induit par la compression	181
11. Compression et débruitage	185
12. Conclusions et perspectives	191
12.1. Intérêt des algorithmes proposés	191
12.2. Quelques questions soulevées par la compression et éléments de réponses	192
12.3. Perspectives	193
IV. Annexes	195
A. Notions de traitement sismique	197
A.1. Principes de la sismique réflexion	197
A.2. Introduction et hypothèses de travail	198
A.3. Corrélation des signaux	198
A.4. Filtrage	199
A.5. Corrections du gain et des atténuations	199
A.6. Déconvolution avant sommation	200

A.7. Corrections statiques	200
A.8. Mise en collection de points milieux communs	201
A.9. Analyse des vitesses et corrections dynamiques	202
A.10. Sommation en point milieu commun	203
A.11. Déconvolution après sommation	204
A.12. Migration	204
A.13. Une séquence classique de traitement	205
A.14. Conclusions sur le traitement sismique	206
B. Exemples de transformées localisées	209
C. Sérendipité et compression	211
D. Abréviations employées	213
E. Bibliographie personnelle	215
Congrès avec actes	215
Articles en préparation	216
Bibliographie	217

Table des figures

2.1. Acquisition sismique, d'après J.-L. Mari <i>et al.</i> [MGC97] (document IFP).	10
2.2. De quelques traces sismiques (a) à un bloc 3D (b).	11
3.1. Illustration des principes de base de la compression de signaux.	17
3.2. Schéma classique de compression et de décompression.	19
3.3. Schéma de compression étendu.	20
3.4. Différents types de segmentation d'une trace sismique.	23
3.5. Quantificateur scalaire uniforme à seuil (gauche) et non uniforme (droite).	28
3.6. Portion d'image représentant une forme d'onde (a) et contenu fréquentiel (b).	31
3.7. Exemples de codage en zigzag et de Hilbert.	32
3.8. Exemple de codage de Huffman.	34
3.9. Exemple de codage arithmétique.	35
5.1. Transformée par blocs à deux canaux.	65
5.2. Système de bancs de filtres d'analyse et de synthèse.	67
5.3. Base de la transformée discrète en cosinus (a) et de la transformée discrète de Walsh (b) à 8 canaux.	74
5.4. Effets de blocs : section sommée (a), section comprimée à 21 : 1 (b) et section-différence (c).	76
6.1. Exemple de banc de filtres à deux canaux et quatre coefficients.	78
6.2. Transformée par blocs à deux canaux avec recouvrement.	80
6.3. Effets de la quantification sur les transformées de Haar et de biHaar. De haut en bas : signal linéaire, quadratique, sinusoïdal et trace sismique.	86
6.4. Banc de filtres à deux canaux : représentation conventionnelle.	87
6.5. Schéma polyphase d'un filtre d'analyse.	88
6.6. Schéma polyphase de deux filtres d'analyse.	88
6.7. Schéma polyphase de deux filtres de synthèse.	89
6.8. Schéma polyphase du système analyse/synthèse.	89
6.9. Décompositions en ondelettes et paquets d'ondelettes.	93
6.10. Vecteurs de base d'une matrice admissible orthogonale P_d à 8 canaux.	95

6.11. Graphe de fluence d'une TOR.	96
6.12. Vecteurs de base d'une TOR à 8 canaux.	97
6.13. Vecteurs de base de matrices admissibles semiorthogonales P_d à 8 canaux : analyse (a) et synthèse (b).	98
6.14. Vecteur de base d'une TSOR à 8 canaux : analyse (a) et synthèse (b).	99
6.15. Graphe de fluence générique d'une TORE.	101
6.16. Vecteurs de base d'une TORE à 8 canaux et 48 coefficients.	101
6.17. Décomposition de Givens d'une matrice U inversible.	103
6.18. Bases sur une portion de la droite discrète. De gauche à droite : base canonique, base de la TDC et base de la TDW, pour 4 canaux.	104
6.19. Bases sur une portion de la droite discrète pour des TORE à 4 canaux. De gauche à droite, les recouvrements sont respectivement de 2, 3 et 4.	105
8.1. Compression par l'ondelette de Haar : données sismiques (a), décomposition sur trois niveaux (b), élimination de 90 % des coefficients (c) et reconstruction (d).	119
8.2. Représentation d'un arbre binaire.	121
8.3. Équivalence entre les décompositions dyadique et uniforme en une dimension.	124
8.4. Équivalence entre les décompositions dyadique et uniforme en deux dimensions.	125
8.5. Équivalence entre deux décompositions uniformes.	125
9.1. Quelques exemples de données sismiques employées pour les tests de compression.	131
9.2. Ondelettes : mesures d'erreur sur des tirs terrestres analogues. Comparaison pour différentes ondelettes semiorthogonales (OB) et paquets d'ondelettes de T. Chen (PO Chen).	134
9.3. Ondelettes : mesures d'erreur sur un tir marine.	137
9.4. Ondelettes : mesures d'erreur sur une section sommée.	138
9.5. Ondelettes : mesures d'erreur sur une section à déport commun.	139
9.6. Modélisation AR des traces d'un tir terrestre à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).	142
9.7. Modélisation AR des temps d'un tir terrestre à l'ordre 1.	143
9.8. Modélisation AR des traces d'un tir marine à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).	144
9.9. Modélisation AR des temps d'un tir marine à l'ordre 1.	145
9.10. Modélisation AR des traces d'une section sommée à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).	146
9.11. Modélisation AR des temps d'une section sommée à l'ordre 1 (gauche) et 2 (droite).	147
9.12. Modèles moyens pour les traces d'un tir terrestre (a) et pour une section som- mée : par trace (b) et par temps (c).	148

9.13. TOR et TDC : mesures d'erreur sur des points de tir terrestre et marine.	153
9.14. TOR et TDC : mesures d'erreur sur des données organisées.	154
9.15. Transformées étendues : distorsion différentielle pour des tirs et des données organisées.	157
9.16. Suppression des traces erronées sur des tirs terrestres.	158
9.17. Transformées étendues : distorsion différentielle pour des tirs avant (a) et après (b) suppression des traces erronées.	160
9.18. Comparaison entre paquets d'ondelettes (T. Chen) et transformées étendues en RSB différentiel.	161
9.19. Comparaison de quatre algorithmes sur des données à déport commun.	164
10.1. Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur un tir terrestre à des taux de 5 à 100, par transformées étendues. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.	172
10.2. Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur un tir terrestre à des taux de 5 à 100, avec l'ondelette 9/7. Les différences (le bruit de compres- sion) sont représentées dans le panneau de droite.	173
10.3. Détail des figures 10.1 et 10.2 : niveau de bruit sur une trace proche (a) et une trace lointaine (b) selon la méthode et du taux de compression.	175
10.4. Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur une section sommée à des taux de 100 à 300, par transformées étendues. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.	177
10.5. Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur une section som- mée à des taux de 100 à 300, avec l'ondelette 9/7 Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.	178
10.6. Compression à 20 : 1 pour chaque point de tir. RSBq avant et après traitement.	179
10.7. Compression à 20 : 1. Analyse visuelle de la différence après sommation, par TE (a) et pour l'ondelette 9/7 (b).	180
A.1. Trajets et réflexion des ondes sismiques.	197
A.2. Trajets et réflexion des ondes sismiques par point milieu.	201
A.3. Réponse idéale du sol et hyperbole de réflexion.	202
A.4. Schéma d'un traitement sismique conventionnel.	206
B.1. Quatre vecteurs de projection d'une transformée en ondelettes.	209
B.2. Quatre vecteurs de projection d'une transformée en paquets d'ondelettes.	210
B.3. Quatre vecteurs de projection d'une transformée locale en cosinus.	210

Liste des tableaux

2.1. Quelques exemples de débits de transmission.	13
3.1. Représentation binaire des coefficients classés par module décroissant.	30
4.1. Taux de compression pour un gain de 6 bits selon la dynamique du signal.	53
9.1. Coefficients des filtres semiorthogonaux d'ondelettes 9/7, 9/3 et 5/3.	133
9.2. Optimisation multicritères d'une TORE à 8 canaux et 40 coefficients pour le tir terrestre : amélioration du RSBq en dB pour divers taux de compression. . .	148
9.3. Comparaison des taux de compression en fonction du seuil de bruit en dB. . . .	166

1. Introduction

“Mathematics [...] is a bit like discovering oil [...] But mathematics has one great advantage over oil, in that no one has yet [...] found a way that you can keep on using the same oil forever.”

Andrew Wiles, *Notices of the AMS*, mai 1997, p. 588.

1.1. Exposé du problème

« Malgré la puissance de stockage des ordinateurs actuels, le géophysicien se verra prochainement dans l'obligation de comprimer, avant de la traiter, l'information sismique qui devient de plus en plus importante. En particulier, le cas se présentera lorsqu'on fera des profils comprenant un grand nombre de traces rapprochées. »

Cette prédiction a été émise par P. Bois en 1975 [Boi75]. Elle est illustrée vingt ans plus tard par la Compagnie générale de géophysique (CGG) et Chevron. Leur campagne d'acquisition menée en mer du Nord en 1995 a permis la transmission de données par satellite, après compression d'un facteur 60. Cette campagne semble la première tentative de compression de données sismiques en grandeur réelle. En dépit de cette expérience fondamentale, la compression n'est pas encore considérée comme une tâche de routine dans les processus d'acquisition et de traitement des données sismiques. Nous estimons que deux facteurs principaux ont limité l'emploi de la compression en sismique :

- dans les trente dernières années, nous avons vu l'accroissement de la puissance et des capacités de stockage des ordinateurs, qui a suivi une loi exponentielle, selon les prophéties de G. Moore¹ ;
- les données sismiques sont numérisées avec une grande précision (24 bits). Les efforts consentis par la profession pour atteindre une telle précision prohibent partiellement la dégradation des données sismiques par la compression.

Ces deux facteurs sont les justifications principales du retard de la mise en œuvre de la compression en géophysique, par comparaison avec les domaines de l'image, du son et de la

¹Cette loi est tirée d'une observation de Gordon Moore. Celui-ci remarqua en 1965, au sein de la société Intel, que le nombre de transistors par processeur doublait sur une période de 18 à 24 mois (d'après le Processor hall of fame <http://www.intel.com/intel/museum/25anniv/hof/moore.htm>). Cette loi semble remarquablement bien vérifiée depuis lors.

vidéo, où le recours à la compression est plus routinier.

La complexité de gestion d'énormes volumes de données sismiques suscite néanmoins une réflexion renouvelée sur la mise en œuvre de techniques de compression, comme l'avait remarqué P. Bois. Le nombre croissant de publications sur ce sujet dans les huit dernières années en est un indicateur, de même que la disponibilité de méthodes de compression dans quelques systèmes d'acquisition, tel celui de la société Sercel. Comme dans la plupart des emplois de la compression, il convient au préalable de faire le point des spécificités des données sismiques et des besoins particuliers de la géophysique pour simplifier la gestion des données sismiques, de l'acquisition à la visualisation.

1.2. Motivations et moyens de la compression en sismique

1.2.1. Pourquoi comprimer les données sismiques ?

Malgré l'accroissement des capacités de stockage, la précision et le volume de données sismiques ont crû durant les trente dernières années. Les données sont maintenant numérisées à l'acquisition sur 24 bits, au lieu de 8 ou 12 à l'origine. Elles sont souvent stockées en virgule flottante sur 32 bits. Le processus de couverture multiple s'est généralisé, les dispositifs acquièrent des données tri- voire quadridimensionnelles, à des cadences plus rapides. P. Burger [BGG97] note par exemple que le nombre de canaux d'acquisition double environ tous les sept ans depuis quarante ans. En 1996, on estimait [DEV95] qu'une campagne d'acquisition sismique marine pouvait générer un téraoctet² de données. On parle aujourd'hui de dizaines [Don98] ou d'une centaine de téraoctets [ACM⁺01]. À cet accroissement s'ajoute une tendance à l'acquisition multicomposante, consistant par exemple à enregistrer trois directions d'onde par capteur.

Le besoin de comprimer les données sismiques est essentiellement motivé par les coûts et la complexité de gestion et de manipulation des volumes mis en jeu. Deux aspects nous intéresseront plus particulièrement : la transmission et le stockage des données. La transmission est actuellement considérée comme le principal goulot d'étranglement dans le processus d'acquisition sismique. Quand au problème du stockage au cours du traitement et de la manipulation des données, c'est devenu un souci chronique.

Le traitement des données devient également un problème crucial. Il convient de relever l'objectif du premier travail — à notre connaissance — sur la compression en sismique. Cet article, écrit par P. Bois et G. Grau en 1969, était motivé par la faible puissance de calcul des ordinateurs de l'époque [BG69]. Il s'agissait alors d'accélérer les calculs d'autocorrélation et de convolution de traces sismiques en une dimension. La compression avait donc pour but principal le traitement des données. La transmission des données sous forme comprimée n'était alors qu'une application possible, et leur stockage n'est pas mentionné. La puissance

²Un téraoctet (To) représente environ 10^{12} octets, soit à peu près 1000 gigaoctets.

croissante des moyens de calcul a permis pendant un temps de réaliser les calculs nécessaires au traitement sismique en une et deux dimensions. Cependant, la généralisation des traitements sur des données tridimensionnelles, pouvant exiger plusieurs journées de temps-machine, pose de nouveau la question du traitement des données dans le domaine comprimé.

La visualisation de volumes sismiques tridimensionnels de grande taille peut être également considérée comme un débouché possible de la compression, sous deux modes :

- la possibilité de consulter et d'accéder à des bases de données sismiques ;
- la conception de procédures d'affichage à différentes résolutions, certains programmes d'interprétation ne représentant qu'un affichage sur 8 ou 16 bits.

Si nous n'abordons que très succinctement ces derniers aspects de calcul et de visualisation, ils semblent riches d'applications future.

1.2.2. Comment compresser les données sismiques ?

Pour réduire un volume de données, il existe deux approches différentes. La première est la « compression sans pertes », ou conservative. Elle permet de conserver l'intégrité des données. Il est souvent convenu qu'il n'est possible d'atteindre que des taux de compression inférieurs à 2 : 1, c'est-à-dire requérant un octet de données comprimées pour deux octets des données [Ver99, DEP00]. Quelques résultats plus optimistes cités par C. Peterson [PH92] donnent des taux allant jusqu'à 7 : 1, de même que Y. Nijim, plus récemment, dans l'un des derniers articles en date sur la compression sans perte [NSM00].

Malgré ces résultats, il ne semble pas exister d'algorithme de compression sans pertes capable de reproduire ces performances sur l'ensemble des signaux sismiques. Nous en avons une preuve indirecte : si un tel algorithme existait, il serait sans doute largement employé, et ce n'est pas encore le cas. Cette opinion est confortée par la récente remarque de P. Donoho [DEP00] : *“If a lossless, noise-free, compression algorithm were available capable of compression ratios of 2 : 1 or greater, at reasonable computational cost, there is little doubt that such a method would be readily adopted throughout the seismic industry.”*

Mais un taux de 2 : 1 reste sans doute insuffisant : les besoins opératoires en géophysique requièrent des taux de compression supérieurs, de l'ordre de 20 : 1 à 200 : 1 d'après P. Vermeer [Ver99]. Les recherches se sont donc naturellement tournées vers une autre approche, permettant d'atteindre des taux de compression plus élevés.

Cette deuxième approche est dite « compression avec critère de qualité » ou « avec pertes ». Elle consiste à permettre une quantité contrôlée de dégradations dans les données. Ce faisant, il est possible d'augmenter les taux de compression, en proportion de l'erreur tolérée. L'emploi de la compression avec pertes a permis d'annoncer des taux de compression supérieurs à 200 comme le montre l'article [RWBR97]. Un tel taux requiert un seul octet pour deux cents octets de données à l'origine, ce qui représente un facteur de compression considérable, sans que l'erreur induite par la compression soit décelable à l'œil.

De tels résultats semblent satisfaire la plupart des besoins actuels en stockage ou en transmission. Cependant, malgré de nombreux travaux sur ce sujet, certaines questions sous-jacentes ne sont pas entièrement résolues. Les trois questions les plus souvent posées sont :

1. Peut-on comprimer les données sismiques, avec ou sans pertes ?
2. Si oui, jusqu'à quel point ou à quel taux de compression ? De nombreux auteurs indiquent par exemple des taux de compression « limite » en-deçà desquels la compression est considérée comme sûre. Nous détaillerons ce point dans la section historique 4.2 et dans l'analyse des résultats, dans la partie III.
3. Quelles sont les influences de la compression sur le traitement et l'interprétation des données ? La diversité des données sismiques et la complexité de leur traitement rend difficile une réponse générale à cette question. Le fait que les pertes soient indécélables à l'œil n'est plus un critère absolu en sismique. La sismique se tourne de plus en plus vers des analyses quantitatives, comme la détermination d'attributs, l'analyse AVO³, etc. Nous discuterons des influences de la compression en particulier dans les chapitres 9 et 10 sur les résultats objectifs et subjectifs de la compression.

Outre ces questions cruciales, des besoins spécifiques se présentent en géophysique. Il s'agit par exemple de pouvoir extraire des sous-parties des données sismiques sans avoir à décompresser l'intégralité des données, aussi bien lors de l'acquisition pour réaliser des opérations de contrôle-qualité, que pour la visualisation de portions de volumes tridimensionnels par exemple. Il est également nécessaire de tenir compte de la variété des données sismiques et de leur propriétés locales. Nous nous efforcerons de proposer des techniques de compression et des résultats conformes à certaines de ces attentes.

1.3. Présentation du mémoire

Ce mémoire s'articule en trois grandes parties. La première met en place le vocabulaire et les techniques de bases pour la compression des signaux sismiques. La seconde partie se concentre sur la notion de transformées et de bancs de filtres, au cœur de nombreux algorithmes actuels de compression. Les méthodes de compression que nous proposons sont mises en œuvre dans la troisième partie exposant les résultats sur des données réelles.

Outils pour la compression de données sismiques

La première partie est consacrée à l'exposé du problème et du cadre de ce travail. Nous y expliquons certaines spécificités des données sismiques, par rapport à d'autres types de données (son, image) pour lesquelles le corpus en compression est beaucoup plus vaste (chap. 2). Nous exposons les principes de base de la compression de données, en insistant sur les méthodes effectivement employées en géophysique, (chap. 3). La liste en est assez longue, car la

³L'analyse AVO (*amplitude vs offset*) s'intéresse à la variation de l'amplitude d'une onde réfléchie en fonction de son angle d'incidence sur un réflecteur, et donc du déport (*offset*) entre la source et le capteur.

compression de données sismiques a suscité de nombreuses voies de recherches. Le chapitre 4 part d'un exemple d'algorithme de compression classique pour expliquer les travaux antérieurs et actuels. Nous expliquons, sur l'exemple du format JPEG, la mise en œuvre des différentes techniques de compression. Cet format de compression, qui a été utilisé en sismique, sert d'introduction à l'historique qui offre un exposé synthétique des méthodes employées jusqu'à ce jour pour les données sismiques. Ce chapitre se conclut par une discussion sur les avantages et inconvénients de ces méthodes.

Choix des méthodes : bancs de filtres et transformées étendues

Les transformées linéaires jouent un rôle important pour la décorrélation de nombreux signaux d'origine physique. La transformée de Fourier et ses dérivées, les transformées en ondelettes ont joué un rôle majeur pour la compression des données sismiques. La seconde partie traite de façon plus approfondie les transformations linéaires. Le chapitre 5 introduit certaines transformées linéaires usuelles et décrit leurs propriétés intéressant la compression. Ces transformées sont d'usage classique en traitement du signal et en géophysique. Certaines de leurs propriétés permettent de comprendre ce que l'on peut attendre d'une transformée capable de décorréler des signaux. Leurs limitations nous conduisent à présenter la notion de « transformée étendue », à laquelle nous consacrons le chapitre 6.

L'idée des transformées étendues a été développée par de nombreux auteurs, parmi lesquels I. Daubechies, H. Malvar, Y. Meyer, T. Nguyen, T. Ramstad, P. P. Vaidyanathan, M. Wickerhauser, etc. Nous y avons consacré une part importante de ce rapport pour trois raisons :

- certaines des transformées exposées ici sont relativement récentes, et encore peu employées en traitement du signal. L'emploi des ondelettes est encore prépondérant dans de nombreux domaines, alors qu'il est parfois plus efficace d'utiliser des transformées étendues plus générales ou mieux adaptées pour la compression [TdQN00] comme pour l'analyse des signaux ;
- ces techniques sont d'emploi nouveau en géophysique pour le moment, et nous sommes persuadés de leur potentiel pour les applications géophysiques en dehors de la compression (analyse, débruitage, etc.) ;
- les nombreux articles traitant des transformées étendues ne montrent pas toujours de façon intuitive l'intérêt de ces transformées. Nous avons essayé de les introduire ici de façon pratique, en partant d'exemples simples.

Le regroupement de plusieurs types de transformées sous le vocable de « transformée étendue » possède l'intérêt d'utiliser un formalisme assez général, englobant un vaste ensemble de transformées classiques. L'emploi de transformées étendues permet également d'adapter les transformées selon les caractéristiques des signaux à comprimer. Nous proposons dans le chapitre 7 différentes méthodes pour réaliser cette optimisation pour des données sismiques.

Ce formalisme possède également des atouts dans la mise en œuvre pratique de la compression. Comme le montre le chapitre 3, l'usage de transformées linéaires n'est qu'une étape

de la compression. L'étape de transformation appartient à un système de compression qui comprend d'autres étapes. Le vaste corpus de la compression de signaux indique que l'on peut utiliser ces transformées dans des systèmes de compression très différents. D'un point de vue pratique, changer de transformée peut conduire à devoir modifier sensiblement l'ensemble des autres étapes. Ces dernières doivent tenir compte, pour être les plus efficaces possible, des propriétés de la transformée employée. Nous proposons cependant un système de compression qui s'adapte à une grande quantité de transformées étendues, des ondelettes aux transformées semiorthogonales à recouvrement. Un tel système a déjà été proposé pour la compression d'images [SP96, TdQN00]. Nous l'utilisons ici pour la première fois, à notre connaissance, pour les données sismiques. Certaines contraintes sur les signaux sismiques nous ont conduit à proposer une amélioration de ce schéma. Ce système de compression partiellement unifié s'accommode bien du formalisme unifié des transformées étendues. Il est exposé au chapitre 8.

Applications : compression et débruitage

Les résultats de l'approche proposée pour la compression sont décrits au long de la partie III. Le chapitre 9 décrit des résultats, dits « objectifs », basés sur des mesures de type rapport signal/bruit. Il décrit également les résultats obtenus sur la modélisation des données et les résultats d'optimisation obtenus. Nos résultats sont comparés à ceux obtenus par deux algorithmes concurrents. Le chapitre 10 qui le suit s'intéresse plus aux aspects subjectifs de la compression, et montre son impact sur les données sismiques, avec un exemple des effets sur un traitement. Le chapitre 11 fournit quelques éléments sur le débruitage des signaux, en employant transformées étendues et ondelettes. Ce chapitre est reproduit essentiellement un article écrit en collaboration avec T. Røsten. Les résultats exposés nous permettent de dessiner quelques conclusions et perspectives de recherche et d'amélioration des techniques proposées.

Annexes

Nous avons placé en annexe A un rappel des étapes du traitement de données sismiques. L'annexe B donne quelques exemples de transformées étendues employées dans des algorithmes de compression proposés par d'autres auteurs. Nous présentons en annexe C une analyse succincte du problème de dimensionnalité des données, qui semble permettre une forme détournée de compression. L'annexe D rassemble les abréviations utilisées. Une liste de publications personnelles est jointe dans l'annexe E.

Première partie .

Outils pour la compression de données sismiques

2. Spécificités des données sismiques

Motivations :

Nous soulignons dans ce chapitre les spécificités des données sismiques et de leur traitement, ainsi que les problèmes spécifiques qu'elles posent pour la compression. Nous décrivons quelques-unes des attentes pour l'intégration de la compression dans la chaîne d'acquisition sismique.

Résumé :

Ce chapitre présente les principes de base de l'acquisition et du traitement sismique, ainsi que les différentes formes que peuvent prendre les signaux sismiques. Nous soulignons les besoins propres à la géophysique pour le stockage, la transmission et l'accès aux données.

2.1. Nature des données sismiques

2.1.1. Principes de la sismique réflexion

La sismique réflexion est une méthode d'exploration qui consiste à engendrer des ébranlements en un lieu donné à partir d'une source sismique, et à capter les ondes réfléchies. Les ébranlements peuvent avoir lieu en surface ou en profondeur. Sur terre, les capteurs sont appelés géophones. Le traitement et l'analyse des ondes réfléchies permettent, en mesurant les temps de propagation des ébranlements, de détecter des structures géologiques et de déterminer certaines de leurs propriétés physiques. Parmi ces propriétés, celles concernant la présence possible d'hydrocarbures sont particulièrement intéressantes. La figure 2.1 illustre le principe d'une acquisition en sismique terrestre. Un dispositif analogue permet l'acquisition en mer : la source d'ébranlement est portée par un navire, qui traîne dans son sillage des lignes de capteurs, appelés hydrophones. Les ondes se propagent dans l'eau, dans le sol, puis parcourent un chemin inverse pour être enregistrées par des hydrophones, de manière analogue à la sismique terrestre. Les ondes captées en surface subissent des déformations du fait de leur propagation (atténuation de l'amplitude et des fréquences). Le traitement sismique consiste essentiellement en l'analyse et la compensation de ces déformations, afin de reconstituer les trajets des ondes, et d'en déduire la géométrie ainsi que des propriétés du sous-sol. Cette section a pour objet de donner un bref aperçu des différents types de données sismiques et des traitements afférents.

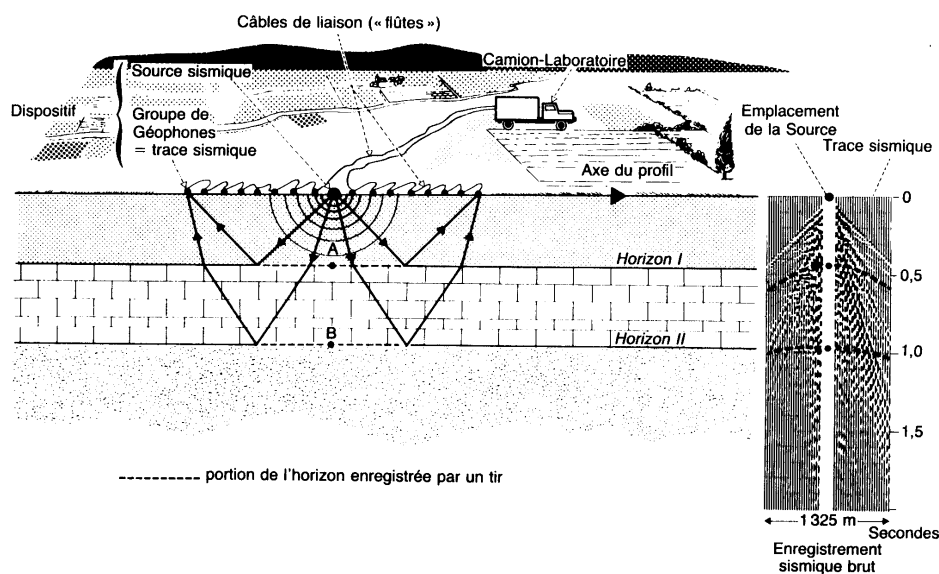


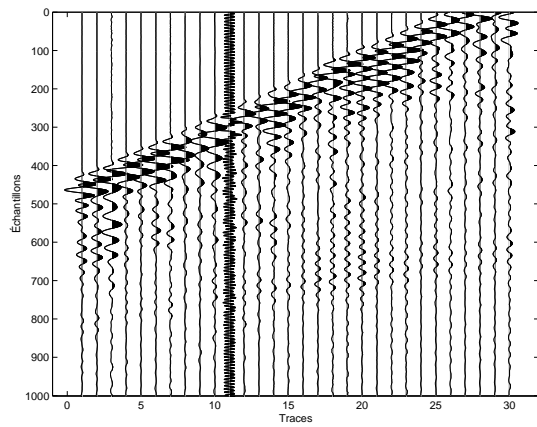
FIG. 2.1. – Acquisition sismique, d'après J.-L. Mari *et al.* [MGC97] (document IFP).

2.1.2. Du signal sismique à l'interprétation, en bref

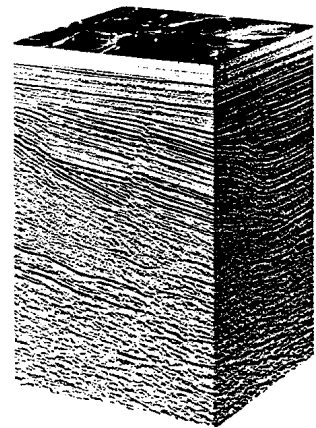
La figure 2.2 donne un bref résumé de ce que peut produire un traitement sismique. Chaque forme d'onde verticale représentée sur la figure 2.2 (a) est une trace sismique enregistrée par un capteur. L'analyse et le traitement d'ensembles de traces doit permettre de comprendre la structure du sous-sol, et peut aboutir à une représentation analogue à celle de la figure 2.2 (b). Nous avons réalisé un rappel des techniques de traitement permettant de passer d'une image à l'autre. Il est placé à l'annexe A. Nous en retiendrons ici les traits principaux : la compensation des distorsions dues à la propagation, l'analyse des propriétés pour détecter les modifications de milieu, la prise en compte de la multiplicité des trajets possibles ainsi que de tous les phénomènes parasites. L'analyse des propriétés des signaux et de la chaîne de traitement est donc relativement complexe. Le livre de Ö. Yilmaz [Yil87] est une référence très complète sur ce sujet. Nous renvoyons également vers les ouvrages de J.-L. Mari *et al.* [MGC97] et de M. Lavergne [Lav86].

2.2. Besoins spécifiques à la géophysique

Aux questions relatives au traitement des données s'ajoutent des besoins spécifiques à la géophysique. Les géophysiciens souhaitent par exemple pouvoir accéder aisément et rapidement à une sous-partie des données comprimées, sans devoir pour cela les décompresser dans leur intégralité. Pour la visualisation de données tridimensionnelles, il est souhaitable de disposer d'une vue globale des données à faible résolution afin de choisir ensuite des zones d'intérêt avec une meilleure résolution. Du côté de l'acquisition des données, la nature des



(a) Quelques traces d'un tir.



(b) Bloc sismique 3D.

FIG. 2.2. – De quelques traces sismiques (a) à un bloc 3D (b).

dispositifs privilégiera peut-être des méthodes de compression « locales » (par groupe de capteurs), rapides (besoins temps-réel) et permettant d'effectuer un contrôle-qualité sans avoir à décompresser les données transmises sous forme comprimée. Comme l'a déjà remarqué T. Chen dans son mémoire [Che95, p. 59 sq.], certaines de ces nombreuses aspirations sont antagonistes : obtenir le meilleur taux de compression en conservant un accès aléatoire à toute partie des données, sans décompression globale, sont des contraintes difficiles à réaliser simultanément.

Un dernier problème est posé par le format même des données : une part des données sismiques est composée d'informations auxiliaires sur le mode d'acquisition, la géométrie du dispositif et différentes formes d'organisation des données. Ces en-têtes de fichiers (*headers*), de type textuel, peuvent requérir une compression, avec des moyens plus propres à la compression de textes. Le seul travail à notre connaissance sur ce sujet a été récemment proposé par T. Røsten [RRA00a]. Bien que s'agissant toujours de compression, les méthodes utilisées dans ce cas n'ont que peu à voir avec celles employées pour la compression de signaux d'origine physique. Pour cette raison, nous nous concentrerons sur la compression de signaux sismiques à proprement parler.

2.2.1. Stockage et transmission

Les campagnes d'acquisition sismique modernes génèrent d'importantes quantités de données. Dans le cas de la sismique marine, une campagne d'acquisition moderne peut générer plusieurs téraoctets de données. Ces données peuvent être stockées provisoirement sur le lieu d'acquisition, transmises vers et stockées sur le lieu de traitement, puis traitées et enfin interprétées. Ces derniers résultats de traitement et d'interprétation peuvent également être enregistrés. Divers média de capacité variable peuvent accueillir ces données, des mémoires embarquées sur les systèmes d'acquisition aux supports « de masse » que sont les bandes magnétiques, cartouches, disques durs et cédéroms ou disques optiques. Les mémoires embarquées sont des supports transitoires, souvent onéreux et de faible capacité. Une compression à ce stade permettrait de réduire les coûts et les volumes des unités d'acquisition. Les capacités et les coûts des mémoires de masse permettent, eux, de stocker à faible coût les importants volumes de données, même si A. Brocklehurst remarque dans [Bro95, p. 3] qu'une simple compression par un facteur 20 permet de stocker le contenu de 14030 cartouches sur environ 700, résultant au moins en une importante économie de place, et en une économie d'environ 7000 \$ par mois. Le problème de la transmission est certainement plus aigu.

En sismique terrestre, la surface du sol est quadrillée par un réseau de capteurs, longtemps reliés au système d'acquisition par des câbles ou de la fibre optique. La difficulté d'accès au terrain et la nécessité de déplacer le réseau de capteurs rend la pose des systèmes de câbles peu pratique. Une tendance actuelle consiste à relier les capteurs au système d'acquisition par un réseau de radio-transmission, où les débits sont actuellement plus faibles que par câble ou fibre optique. Le tableau 2.1 indique quelques valeurs classiques de débits. Il montre

que la compression avant transmission radio, d'un facteur 5 à 80, permettrait d'atteindre les performances du câble ou de la fibre optique.

support	débit indicatif (en bits/s)
câble coaxial	2 M
fibre optique	32 M
radio (système Polyseis)	400 k
satellite [GSED96]	128 k

TAB. 2.1. – Quelques exemples de débits de transmission.

En sismique marine, la campagne d'acquisition décrite dans les travaux de P. Donoho *et al.* [DEV95] annonce une tendance émergente, qui consiste à transmettre les données, par voie satellitaire, à une base de traitement distante. Cette technique est en concurrence avec le traitement à bord. Elle permet de mobiliser moins de spécialistes et de moyens de traitement à bord des navires. Elle permet également de réaliser de nouvelles acquisitions sur les zones mal couvertes ou les zones d'intérêt particulier, détectées après traitement, en réduisant les périodes d'immobilisation des hommes et des équipements. La réduction escomptée en temps et en coût est obérée par le coût horaire de transmission par satellite. Ici encore, assez naturellement, une compression d'un facteur 50 peut réduire les coûts d'un facteur analogue. P. Donoho [DEP99] indique également qu'une compression à 50 : 1 permettrait de faire transiter 1 Go de données en 3 à 4 minutes par une liaison T1 à environ 1,5 Mbits/s.

Pour réaliser la compression de données à l'acquisition, il est souhaitable d'utiliser des méthodes locales, c'est-à-dire opérant sur de petits sous-ensembles de traces [DEP98]. Il est alors possible de réaliser un traitement décentralisé, par groupe de capteurs sismiques. De plus, il est utile que le contrôle-qualité puisse être réalisé sans avoir à décompresser les données qui ont été comprimées pour la transmission [KP95]. Comme le contrôle-qualité consiste principalement en une inspection visuelle des données, sur une dynamique réduite, on peut souhaiter que le fichier de données comprimé puisse restituer aisément une approximation à faible résolution des signaux sismiques.

2.2.2. Traitement sismique et accès aux données

La transmission des données et leur stockage représentent donc les deux incitations principales à la compression des données sismiques. Mais il semble également que le traitement massif de ces données, en deux ou trois dimensions, puisse bénéficier des progrès de la compression : certains opérateurs mathématiques, exprimés dans une base appropriée, deviennent beaucoup plus compacts et moins coûteux en calculs, comme l'a montré R.-S. Wu, dans les articles [WW98, WW00b] par exemple. Cependant, si les recherches en compression d'opérateurs et de données sismiques se frôlent et utilisent des outils communs, comme les ondelettes, il ne semble pas y avoir eu d'utilisation commune à ce jour, en sismique du moins.

Certains auteurs ont néanmoins démontré qu'il était possible de profiter de l'opération de compression pour réaliser quelques traitements simples. Supposons pour simplifier que la compression fasse intervenir le spectre du signal sismique. Il est alors possible de réaliser le filtrage de fréquences parasites avant même la compression. L'avantage est double, car il permet d'améliorer la qualité de compression en éliminant des informations parasites. Des exemples de ce procédé sont donnés par J. Ioup et X. Miao [II98, MC98]. Il est donc préférable d'utiliser des méthodes de compression capables de réaliser ce type de prétraitements. En complément, la compression des données se doit d'affecter le moins possible le traitement des données.

Pour ce qui est de l'accès aux données, les besoins peuvent être de deux types. Le premier est le suivant : en partant d'un fichier comprimé de données 2D ou 3D, on peut vouloir accéder, pour traitement ou visualisation, à un ensemble de dimension inférieure : une trace pour des données bidimensionnelles ou des sections 2D, en temps (*time-slice*), *in-line* ou *cross-line* dans le cas des données 3D. Un second besoin consiste à accéder à un sous-bloc de données à l'intérieur d'un bloc plus grand. Dans les deux cas, on peut souhaiter pouvoir accéder à ces différentes sous-parties sans avoir à décompresser l'intégralité des données, mais uniquement les parties utiles à un moment donné.

2.2.3. Quelles données doivent être comprimées ?

Les données sismiques posent des problèmes particuliers vis-à-vis de la compression, de par leur nature et leur diversité, et par les traitements afférents. Les données sismiques se présentent classiquement en une, deux ou trois dimensions, à différents stades de traitement et différents niveaux d'organisation. Ces données peuvent être réelles ou synthétiques, c'est-à-dire issues d'une acquisition ou d'une modélisation.

Comme la demande se situe principalement au niveau de l'acquisition, nous allons traiter des données réelles en point de tir ainsi que des données à départ commun, en deux dimensions. Mais l'on peut également songer à compresser les résultats intermédiaires ou finaux du traitement, dans une optique de stockage ou de transmission du contracteur vers le client. Nous donnerons un exemple de section sommée. Dans la suite, nous analyserons différentes techniques de compression afin de proposer des méthodes répondant à la diversité des données sismiques et à certains des problèmes particuliers posés en géophysique.

3. Généralités sur la compression de signaux

Motivations :

Nous décrivons dans ce chapitre des outils et des méthodes couramment utilisés en compression de données sismiques, sans pertes comme avec pertes. Nous nous concentrons principalement sur les méthodes qui ont été ou sont encore utilisées pour la compression de données sismiques. Cet exposé vise à expliquer les idées qui sous-tendent l'emploi de ces outils pour les données sismiques, et à comprendre les autres travaux menés sur ce sujet.

Résumé :

Ce chapitre introduit le vocabulaire et les concepts permettant de comprendre les enjeux et les moyens de la compression des signaux. Nous partons d'un schéma courant qui décompose la compression en trois étapes (transformation, quantification et codage entropique). Ce schéma est devenu trop simple pour permettre de comprendre les méthodes en œuvre dans les algorithmes de compression les plus récents. Nous proposons un schéma dit « étendu » qui permet :

- de tenir compte des caractéristiques locales des signaux. Divers traitements comme la segmentation, avant ou au cours de processus de compression, permettent d'appliquer différentes méthodes de compression à différentes portions du signal.
- de séparer différentes composantes des signaux pour les traiter séparément si cela peut concourir à une meilleure compression. On peut par exemple séparer les basses des hautes fréquences car elles comportent des informations de nature différente.

Le détail des différentes étapes de ce schéma étendu permet de souligner les choix des techniques réalisées dans les travaux antérieurs.

3.1. Introduction à la compression de signaux

3.1.1. Vocabulaire et notations pour la compression de signaux

La compression consiste à trouver une description simplifiée d'un ensemble de données. Son but est d'obtenir un volume de données plus faible que le volume initial. Le rapport entre ces deux volumes est défini comme le taux de compression : un taux de 2 : 1, ou plus simplement de 2, signifie que les données comprimées occupent un volume deux fois plus faible que les données d'origine. La compression de données sismiques a parfois été appelée condensation

dans les premiers articles. On trouve également les termes de compaction, codage ou codage de source, de l'anglais *source coding*. La compression s'entend ici dans un sens différent de la compression d'impulsion couramment utilisée en sismique.

Les données à comprimer peuvent être du texte, des données binaires, des signaux comme la parole, la musique, des images, des données vidéo, et enfin des données sismiques. Nous nous intéresserons plus spécialement aux méthodes de compression s'appliquant aux signaux d'origine physique, telles que le son, les ondes sismiques et les images, qui présentent des similarités. Nous ne parlerons que brièvement des techniques de compression de texte ou de données binaires, qui utilisent des méthodes assez spécifiques.

Les signaux que nous aurons à considérer ici sont numériques. Un signal x monodimensionnel sera représenté par ses N échantillons x_0, x_1, \dots, x_{N-1} , souvent assemblés dans un vecteur $[x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$, où le symbole $[.]^T$ représente la transposition. De manière analogue, un signal bidimensionnel appelé « image » sera représenté par un ensemble d'échantillons $x_{i,j}$, assemblés dans une matrice. Nous considérerons dans la suite à la fois l'aspect purement déterministe des signaux et leur aspect aléatoire. Pour ce dernier aspect, nous ferons généralement l'hypothèse que le signal x considéré est un processus aléatoire à temps discret et centré. Connaissant la densité de probabilité $p_X(\cdot)$ de la variable aléatoire X , nous calculons son espérance $E(X)$ sous la forme $\int x p_X(x) dx$.

3.1.2. Principes de base de la compression

La compression des signaux repose sur les deux notions suivantes : la redondance et la pertinence, qui relèvent respectivement du contenu et de l'usage du signal.

redondance (contenu) : nous prendrons ici l'exemple d'une image. Elle contient en général des redondances, qui reflètent sa structure interne (textures, plans uniformes, contours significatifs). Être capable d'isoler le motif d'une texture permet de coder ce motif et le schéma de translation, plutôt que l'intégralité de la texture. Plus généralement, la modélisation appropriée de l'image par des processus stochastiques met en évidence la dépendance statistique des pixels, permettant une certaine forme de prédiction. Ce phénomène est plus marquant encore en vidéo. D'une image à l'autre, on retrouve en général les mêmes objets. Les codeurs évolués réalisent une segmentation préalable des images, afin d'isoler ces objets. Dans le cas classique d'un paysage devant lequel roule un véhicule, on peut extraire de l'image le paysage et le véhicule, et faire de ces deux objets deux images distinctes. Le mouvement du véhicule sera lui représenté par les vecteurs de mouvement de la voiture d'un plan à l'autre. Les vingt-cinq images sur une seconde peuvent être compactées en deux images plus simples et une liste de coordonnées de mouvement. De la même manière en sismique, certains types d'ondes se retrouvent en divers points du signal, et cette information peut être condensée.

pertinence (usage) : les instruments et modes d'acquisition, les représentations des signaux

(sur un écran ou du papier) et les moyens d'analyse (vision humaine ou traitement des signaux) sont en général imparfaits. Pour illustration, le dernier bit d'un échantillon de signal est souvent sujet à caution, tant qu'on ne sait pas par quel type d'arrondi il a été obtenu. En conséquence, les signaux tels qu'ils sont acquis et interprétés comportent une certaine imprécision. Cette idée permet d'introduire une imprécision supplémentaire si cela peut simplifier la représentation d'un signal, dans une limite fixée par l'usage. L'analyse de la pertinence permet également d'identifier des signaux parasites, sans intérêt pour l'usage envisagé. En sismique, les bruits incohérents et certains bruits cohérents sont nuisibles, et leur suppression accroît la pertinence des signaux conservés.

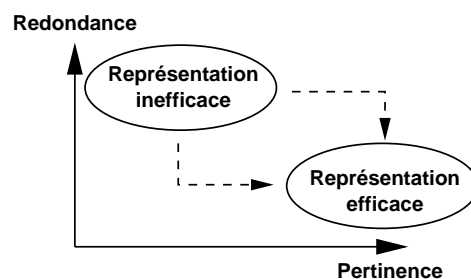


FIG. 3.1. – Illustration des principes de base de la compression de signaux.

La compression de données vise à réduire la redondance d'un signal et à améliorer sa pertinence, afin d'en obtenir une représentation plus efficace. Ces objectifs sont schématisés dans la figure 3.1. Les deux objectifs sont liés. La redondance d'un événement, par exemple sa fréquence d'apparition, est un indicateur de sa pertinence.

La difficulté principale réside dans le choix du chemin permettant d'améliorer l'efficacité de la représentation. La compression emploie à cette fin divers outils provenant du traitement du signal, des mathématiques et de l'informatique. Nous ferons l'hypothèse classique qu'un signal donné contient des informations ou des signaux « utiles », que l'on veut conserver, le reste étant composé d'informations ou de signaux non recherchés, dont les bruits cohérents et incohérents. On cherche à conserver l'information « utile » après compression, en faisant souvent les hypothèses suivantes :

- L'information « utile » possède souvent une organisation spécifique, différente de celle des bruits cohérents ou incohérents. La mise en lumière de cette organisation peut permettre de simplifier la représentation des signaux. Prenons l'exemple d'un signal formé d'une sinusoïde mêlée à un bruit de plus faible amplitude. Après transformée de Fourier, si l'on sait isoler la fréquence de la sinusoïde, le signal peut théoriquement être représenté par une simple paire de coefficients correspondant à cette fréquence. Conserver uniquement ces deux coefficients simplifie fortement la représentation du signal et permet de s'affranchir du bruit, représenté par des coefficients d'amplitude plus faible.

- L'information utile ne requiert pas toujours la pleine précision d'enregistrement des signaux : selon les applications visées, il est possible de réduire la dynamique avec laquelle les signaux enregistrés. Si une forte dynamique est parfois nécessaire pour acquérir des signaux de faible amplitude, elle peut se révéler inutilement fine pour les échantillons de grande amplitude.
- Comme le montre le codage de Morse, le codage des caractères avec un nombre fixe de bits n'est pas gage de meilleure efficacité. Il est souvent plus judicieux de coder les caractères les plus fréquents (le E et le T en Morse) avec des symboles plus courts et inversement les caractères moins fréquents avec des symboles plus longs. Il peut en résulter une économie en moyenne.

En supposant que l'on sache définir ce qu'est l'information contenue dans un signal, ces quelques hypothèses permettent de proposer un premier schéma de base pour la compression de signaux.

3.1.3. Schéma classique d'un système de compression

La plupart des méthodes de compression utilisent conjointement les trois idées exposées ci-dessus, pour une meilleure efficacité. Le schéma classique qui en résulte est représenté dans la figure 3.2. Les étapes de base, reflétant les idées exposées précédemment, sont généralement présentées de la manière suivante :

transformation : le signal subit une transformation permettant de mettre en évidence ses structures, de le modéliser et de mettre en évidence les redondances présentes dans les données.

Il peut s'agir de redondances spatiales, fréquentielles, etc. On appelle souvent cette étape la décorrélation des données. La transformée peut être, par exemple, une transformée fréquentielle analogue à la transformée de Fourier, une transformée en ondelettes, une méthode de prédiction ou d'interpolation, une transformation fractale, etc.

quantification : on appellera « coefficients » les échantillons obtenus à l'issue de la transformation. Ils peuvent avoir des valeurs réelles ou complexes. Cette étape consiste à réduire la précision des coefficients, avec deux objectifs :

- réduire leur dynamique, afin de pouvoir les coder sur un faible nombre de bits ;
- rendre identiques, artificiellement, un grand nombre de coefficients, pour en simplifier le codage.

Selon les applications, les arguments des coefficients (module, phase) peuvent être arrondis, quantifiés sur un nombre de bits donné ou simplement annulés.

codage entropique : si la transformation est efficace, le signal sera représenté par quelques grands coefficients, synthétisant l'essentiel du signal, et d'autres de plus faible amplitude. Si la quantification est efficace également, de nombreux coefficients posséderont la même valeur, éventuellement nulle. Le codage entropique vise à représenter efficacement ces

coefficients quantifiés, en les codant sur des mots de taille variable ou en exploitant leur distribution statistique. Il pourra également réduire la redondance résiduelle entre ces coefficients.

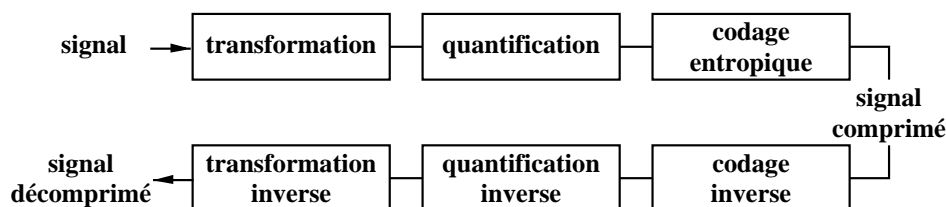


FIG. 3.2. – Schéma classique de compression et de décompression.

Dans le schéma classique, ces différentes étapes sont généralement effectuées dans l'ordre indiqué ci-dessus (cf. fig. 3.2, partie supérieure). La restitution d'un signal à partir du signal comprimé s'obtient alors à rebours, comme indiqué dans le bas de la figure 3.2.

Après restitution du signal, nous nous trouvons devant deux possibilités :

- soit le signal restitué est identique au signal initial, la compression est dite parfaite, sans perte ou fidèle ;
- soit le signal restitué diffère du signal initial, la compression est dite infidèle, avec pertes ou avec critère de qualité. L'écart entre les deux signaux est alors mesuré par un critère de fidélité ou d'erreur. On tolère une certaine proportion d'erreur dans de nombreuses applications. Ces erreurs sont quantifiées et la proportion d'erreurs admise est déterminée par l'usage.

L'existence d'erreurs à la reconstruction provient de ce que chacune des étapes est réversible ou non. Dans la majorité des applications, le codage entropique est considéré comme réversible, et nous ferons cette hypothèse. La quantification est le premier candidat à l'introduction d'erreurs, le second est la transformation, si celle-ci n'est pas inversible.

La construction d'un système de compression efficace résulte d'un choix judicieux des différentes étapes. Pour plus d'efficacité, les trois étapes peuvent dépendre les unes des autres : par exemple, les coefficients peuvent être issus de différentes transformations, auquel cas leurs répartitions statistiques peuvent différer. Les techniques de quantification et de codage entropique auront avantage à être adaptées à la transformation utilisée. Mais le choix des erreurs que l'on peut introduire est également crucial, et requiert souvent une analyse et un traitement préalables des signaux.

3.1.4. Limitations du schéma classique et schéma « étendu »

De nombreux travaux sur la compression de données sismiques suggèrent d'analyser et de prétraiter les données avant la compression. Cette étape permet d'isoler l'information utile ou du moins de supprimer des informations parasites, et donc de réduire la complexité des

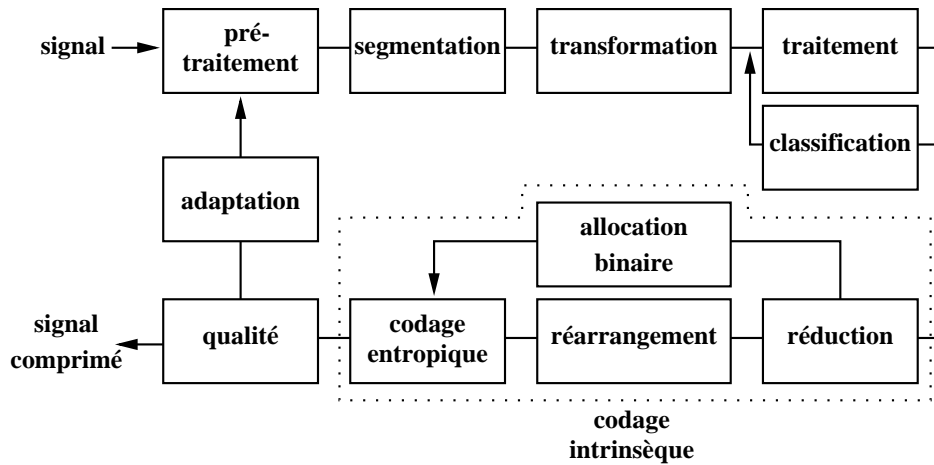


FIG. 3.3. – Schéma de compression étendu.

données. Pour tenir compte des variations du signal au cours du temps, il est utile également de le décomposer en segments plus homogènes, afin d'appliquer éventuellement des méthodes de compression adaptées à chaque élément. L'étape de transformation permet enfin de mettre en évidence dans le signal des informations de nature différente, que l'on peut souhaiter conserver avec plus ou moins de précision. Ces quelques exemples mettent en relief de nouvelles étapes qui, bien qu'implicites dans le schéma classique, revêtent une grande importance pratique pour la compression. De fait, ce schéma classique ne met pas en évidence les subtilités que l'on peut trouver dans les systèmes de compression les plus récents.

L'observation de ces systèmes et la volonté de bien distinguer les étapes les plus importantes nous conduisent à utiliser un schéma dit « étendu », plus détaillé. Il est représenté dans la figure 3.3. Nous en présentons rapidement ici les différentes étapes. Les plus importantes d'entre elles seront détaillées dans les sections suivantes.

prétraitement : après l'acquisition, les données sismiques peuvent être rééchantillonnées, subir une amplification de gain pour pallier les atténuations en profondeur, être filtrées, etc. Certaines portions bruitées du signal ou certaines traces défectueuses sont supprimées, de même que les premiers échantillons reçus, avant l'arrivée des premières informations sismiques. Ces prétraitements servent à réduire le volume des données (sous-échantillonnage, suppression d'échantillons), et à en augmenter la cohérence.

segmentation et extension : beaucoup de signaux ne sont pas stationnaires, et parfois les éléments utiles sont isolés dans le signal. Ces éléments ont souvent des propriétés spécifiques, qu'il est plus intéressant de coder séparément du reste. Du reste, il est souvent judicieux de traiter les signaux par sous-ensembles de petite taille pour simplifier la gestion des calculs. Ces remarques conduisent souvent à une segmentation préalable du signal. Le choix de l'extension permet de traiter les extrémités du signal, ainsi que les frontières des différents segments de signal.

transformation/modélisation : le but de la transformation est de fournir une représentation plus compacte du signal. En général, la transformation décompose le signal x sous forme d'atomes d'information a_i , qui fournissent une approximation du signal grâce à l'application d'opérateurs λ_i . La différence entre l'approximation et le signal est représentée par les erreurs e_j . De façon informelle, il en résulte une équation générale du type :

$$x = \sum_i \lambda_i(a_i) + \sum_j e_j. \quad (3.1)$$

Une forme classique de cette équation est la décomposition d'un signal vectoriel x sur une base de vecteurs a_i , les λ_i étant les coordonnées de x dans cette base. On peut alors obtenir une représentation compacte du signal en choisissant judicieusement les atomes a_i , de telle façon que x puisse être approché au moyen de quelques atomes a_i , tout en s'assurant que les erreurs e_j restent assez faibles.

traitement : le signal est souvent issu du domaine spatial ou temporel. Après transformation, la nouvelle représentation du signal en fait apparaître de nouvelles propriétés. C'est souvent le lieu d'isoler les composantes utiles, ou d'en supprimer d'autres, par un filtrage temps-fréquence par exemple. Le traitement permet également, dans ce cas, d'égaleriser certaines composantes, par exemple en augmentant le niveau dynamique de certaines bandes de fréquence ou en restaurant les amplitudes atténuées par la propagation des ondes sismiques dans le sous-sol.

classification : après l'étape de transformation, on observe souvent des zones de regroupement de coefficients, qui constituent des noyaux d'information. L'étape de classification consiste à regrouper et identifier ces zones, afin de sélectionner celles qui seront les plus utiles pour reconstruire les données, et de sélectionner la façon dont les étapes ultérieures de la compression représenteront ces zones d'intérêt.

réduction/quantification : la réduction des coefficients est le lieu principal de la simplification de l'information. Elle correspond à une réduction de la précision des coefficients. La réduction consiste à annuler ou arrondir certains coefficients, à en représenter d'autres avec une moins grande précision, suivant leur intérêt pour l'analyse ultérieure des signaux. Les coefficients peuvent être réduits isolément, on parle alors de quantification scalaire, ou par blocs, il s'agit alors de quantification vectorielle.

réarrangement : certains coefficients sont plus importants que d'autres. Il est souhaitable de les traiter en premier, par exemple pour leur allouer une meilleure précision. Les coefficients restants seront ensuite codés en fonction du nombre de bits restant, si l'on veut comprimer les données à un certain taux, fixé à l'avance. Réarranger les données est généralement un facteur d'amélioration de la compression. Le réarrangement peut être explicite ou implicite. Dans ce dernier cas, il est nécessaire de communiquer au programme de décompression les indices des premiers coefficients codés, afin de pouvoir

les replacer correctement à leur position initiale. Une information *a priori* sur l'ordre de classement des données peut être partagée par les programmes de compression et de décompression.

allocation binaire : cette étape supervise la précision allouée aux différentes composantes du signal, en fonction du taux de compression désiré. Elle permet également d'identifier la taille des coefficients, quand ils sont entiers, pour permettre au codage entropique de les coder sur des longueurs variables. L'optimisation de l'allocation binaire permet de distribuer la quantité de bits disponibles selon l'activité et la pertinence des certaines composantes fréquentielles, par exemple.

codage entropique : une fois l'étape de réduction effectuée, le signal simplifié contient souvent de nombreux coefficients de même valeur, en particulier des coefficients nuls. Le codage entropique représente ces coefficients non par leur valeur mais par un code biunivoque, qui exploite par exemple la répartition statistique des échantillons de même valeur. Mieux, le codage entropique permet également de réduire la redondance résiduelle entre les coefficients.

codage intrinsèque : les opérations de réduction, de réarrangement et de codage entropique sont étroitement liées à celle d'allocation binaire. Le codage intrinsèque permet de traiter ces opérations comme une unique étape.

contrôle de qualité : il s'agit sûrement de l'étape la plus importante de la chaîne de compression, puisqu'elle permet de déterminer si les erreurs introduites sont acceptables ou non, en fonction de l'application choisie. Dans la négative, elle peut décider d'un nouveau cycle de compression, afin d'obtenir une meilleure fidélité.

Un système de compression de données peut utiliser seulement certaines de ces étapes. De plus, les étapes employées peuvent interagir entre elles, de façon moins séquentielle que le schéma 3.3 ne semble l'indiquer. Les travaux sur la compression de données sismiques ont employé un riche corpus de méthodes de compression. Nous nous attacherons à développer dans les sections suivantes les étapes les plus importantes. Elles seront illustrées d'exemples issus de la compression de données sismiques. Nous y renverrons également vers des sources bibliographiques appropriées pour un traitement plus complet.

Quelques ouvrages nous ont particulièrement aidés dans cette description des étapes de la compression. Nous citerons en particulier les livres de A. Gersho et R. Gray [GG92], de N. Jayant et P. Noll [JN84], de W. Pennebaker et J. Mitchell [PM93], de T. Ramstad *et al.* [RAH95] et l'ouvrage collectif édité par P. Topiwala [Top98].

3.2. Segmentation et extension des signaux

La segmentation sert essentiellement à décomposer un signal non stationnaire en tronçons localement stationnaires. Elle s'avère profitable également quand on est capable d'isoler des

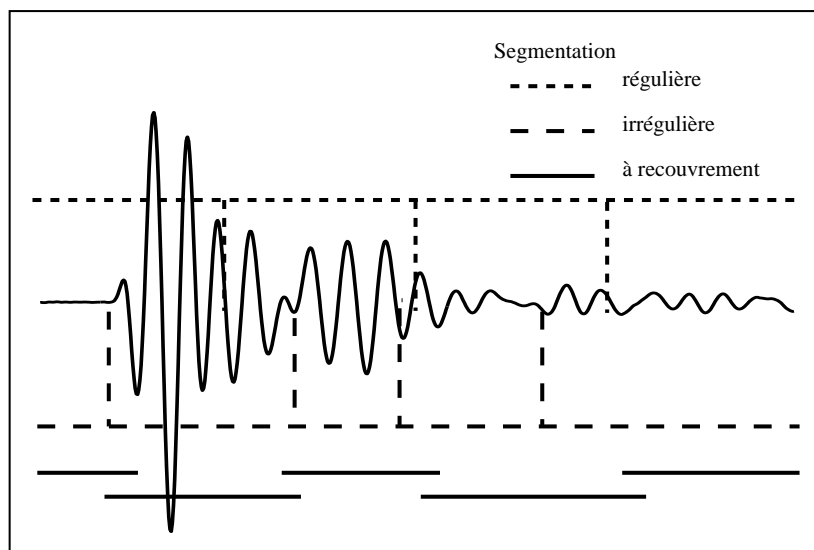


FIG. 3.4. – Différents types de segmentation d'une trace sismique.

motifs bien caractéristiques. Pouvoir isoler un motif répétitif, comme une ondelette sismique, permet de coder une seule fois cet objet, et ensuite uniquement ses différentes localisations. Il est relativement courant de segmenter un signal monodimensionnel en tronçons, pour s'adapter aux variations temporelles du signal. Les segments peuvent être réguliers ou de longueur variable, et peuvent se chevaucher partiellement. En deux dimensions, cette segmentation correspond à la notion de *patches*, qui sont utilisés en sismique pour faire du filtrage adaptatif par zones, dont S. Crawley fait la démonstration [CCC99]. La figure 3.4 indique différentes manières de segmenter un signal sismique. La segmentation uniforme n'isole pas précisément les différents tronçons du signal. La segmentation variable semble isoler correctement ces tronçons, mais peut produire des ambiguïtés à leur frontière. Introduire un chevauchement entre les différents tronçons permet d'adapter l'analyse dans les zones de transition.

L'extension des données aux extrémités est également une étape importante. Pour de nombreux algorithmes, dont les algorithmes de transformées rapides, la longueur naturelle du signal est une puissance de 2, ou un multiple. Par exemple, pour utiliser la transformée de Fourier rapide, on étend souvent le signal sur une longueur égale à la puissance de 2 suivante. Le choix de l'extension (par des zéros, par symétrie ou par périodisation) est rarement neutre en compression de données : une extension malhabile peut générer des artefacts importants. Notons de plus que certaines transformations utilisent des informations contenues dans des segments adjacents. Les difficultés surviennent souvent aux extrémités du signal, où il faut faire des hypothèses sur les échantillons non disponibles, et étendre convenablement les données aux frontières.

3.3. Transformation

La transformation a pour but de simplifier la représentation d'un signal. Elle agit souvent en isolant dans le signal un petit nombre d'atomes d'information. Cette étape peut prendre de nombreuses formes, comme le suggère l'équation informelle 3.1, portant sur des atomes d'information et des opérateurs. Nous allons ici nous limiter à deux méthodes, respectivement appelées *prédiction et interpolation*, et *transformée linéaire*. Les échantillons x_k du signal seront estimés grâce à une approximation de la forme :

$$x_k \sim \sum_{i_k} \lambda_{i_k} a_{i_k}(k), \quad (3.2)$$

où les λ_{i_k} sont des paramètres et $a_{i_k}(\cdot)$ des vecteurs choisis astucieusement. La différence principale entre les deux méthodes provient du choix des vecteurs $a_{i_k}(\cdot)$, et par conséquent du type de représentation du signal x . Nous introduirons également la notion de transformée en ondelettes, qui est un sous-ensemble des méthodes par transformées. Les notions introduites dans cette section sont très succinctes. Elles y figurent principalement pour expliquer les différentes méthodes de compression de données sismiques qui sont étudiées dans la section historique 4.2. Nous procéderons à un traitement plus complet des transformations linéaires dans la partie II.

3.3.1. Prédiction et interpolation

Bien qu'employant parfois des méthodes assez différentes, nous avons regroupé ces techniques qui nous semblent d'esprit relativement proche. Elles visent à prédire ou estimer les échantillons x_k grâce à un sous-ensemble d'autres échantillons. On peut par exemple chercher à obtenir chaque x_k comme combinaison linéaire des p échantillons précédents. Cette prédiction n'est pas toujours exacte, et on calcule en général des approximations \hat{x}_i des échantillons. On peut obtenir la valeur exacte de l'échantillon x_k grâce à l'adjonction d'un terme d'erreur e_k , également appelé résidu :

$$x_k = \sum \lambda_{i_k} \hat{x}_{i_k} + e_k.$$

L'ensemble des atomes d'information servant à représenter le signal x est ici formé de vecteurs composés d'approximations de ce même signal x . Il ne s'agit pas nécessairement d'une base. Les paramètres issus de la prédiction sont les coefficients λ_{i_k} et les termes d'erreurs e_k . Ces paramètres peuvent être quantifiés. La qualité de la prédiction pour la compression dépend du nombre de coefficients nécessaires à l'approximation du signal. Si la prédiction est bonne, on peut espérer qu'il suffira de peu de coefficients λ_{i_k} et que les erreurs e_k auront une dynamique plus faible que le signal x , ce qui permettra de les coder sur un nombre de bits plus faible. L'interpolation revient souvent à choisir quelques échantillons comme points de contrôle et

à faire passer à leur proximité des courbes de divers types, comme des polynômes ou des fonctions polynomiales par morceaux.

Ces méthodes sont souvent utilisées pour la compression sans pertes [NSM00]. Le signal x , ou son approximation, est reconstruit par le décodeur grâce aux paramètres transmis. Les méthodes de prédiction et d'interpolation sont en fait plus générales ; la prédiction peut, par exemple, faire intervenir des échantillons ultérieurs, être rendue adaptative pour mieux prédire les évolutions brusques du signal, etc. Nous renvoyons vers l'ouvrage de M. Bellanger [Bel89, p. 151 sq.] pour de plus amples détails sur les différentes méthodes permettant de calculer les coefficients et de réaliser une prédiction efficace pour la compression. S. Stearns, qui a beaucoup contribué à la compression de données sismiques (sec. 4.2.3 et 4.2.4), a également collaboré à un ouvrage sur ce sujet [WS85].

3.3.2. Transformées linéaires

Nous désignerons sous ce terme les méthodes qui consistent à projeter un signal, ou une portion de signal, sur un ensemble de vecteurs, par une transformée linéaire. On choisit en général des vecteurs qui ressemblent à des sinusoïdes ou à des formes d'ondes, car de nombreux signaux physiques sont modélisés de cette façon. Ce choix trouve également une justification théorique dans les propriétés de la transformée de Karhunen-Loève (TKL). Cette transformée sert souvent de référence pour la compression de signal, car elle possède, d'une certaine façon, des propriétés d'optimalité. Elle est décrite dans la section 5.5.2.

Dans de nombreuses applications, les vecteurs de projection forment une base, voire une base orthogonale. La transformée directe s'exprime par la relation matricielle $y = Tx$, où les lignes de T sont les coefficients des vecteurs de projection t_i et où le vecteur y contient les produits scalaires de x et des vecteurs t_i . Les coefficients issus de la transformée sont les coordonnées de y , $y_i = t_i^T x$. La transformée est choisie de telle sorte que l'information contenue dans x soit plus concentrée dans y . Après la transformation, le signal y est généralement quantifié en un signal y_q . Pour recouvrer une approximation \hat{x} de x , on applique au signal y_q une matrice T' , qui est la transformée « inverse » : $\hat{x} = T'y_q$. En l'absence de quantification, $y = y_q$ et $\hat{x} = T'Tx$. Dans la plupart des travaux sur la compression, on choisit des matrices T inversibles et on choisit $T' = T^{-1}$. De cette façon, en l'absence de quantification, le signal recomposé \hat{x} est formellement égal au signal d'origine x .

Pour plus de simplicité, on peut même choisir T orthogonale, et son inverse est simplement sa transposée T^T . Nous développerons ce sujet tout au long de la partie II. Il n'est pas nécessaire que la transformée soit inversible ou orthogonale. Cependant, l'inversibilité ou l'orthogonalité offrent d'agréables cadres de travail pour la construction de transformées permettant de décorrélérer les signaux. L'orthogonalité permet également de déduire facilement la transformée inverse de la transformée directe. Outre la transformée de Karhunen-Loève, les transformées classiques incluent celle de Fourier, la transformée discrète en cosinus (section

5.5.3) et de Walsh (section 5.5.4). Ces transformées peuvent enfin être appliquées soit sur le signal dans son intégralité, soit sur des portions de ce signal.

3.3.3. Transformées en ondelettes

Il s'agit là d'un sous-ensemble des transformations, que nous traitons à part, à cause de leur fort impact en sismique en général et sur la compression de données en particulier. Le sens donné en traitement du signal ou en mathématiques au terme d'ondelette diffère légèrement de celui qui lui est souvent donné en géophysique, où l'ondelette désigne une forme d'onde localisée en temps et oscillante. L'ondelette géophysique est un autre nom pour l'impulsion sismique. Elle comporte généralement 1 à 3 cycles d'oscillations [Lav86, p. 56].

La conception moderne des ondelettes doit beaucoup aux travaux de J. Morlet, A. Grossmann *et al.* [GGM85]. J. Morlet était inspiré à l'origine par des problèmes géophysiques. L'ondelette mathématique possède en général une définition plus stricte et certaines propriétés formelles permettant un usage théorique. Au sens qui nous intéresse, une base d'ondelettes sera construite à partir d'une fonction oscillante, à décroissance rapide à l'infini : l'ondelette-mère. Notons que la définition précise des ondelettes a évolué assez rapidement. Wim Sweldens déclare par exemple en 1995 [Swe95] : « *At the present day it has become virtually impossible to give the definition of a "wavelet"* ». Il en donne alors une définition vague permettant de comprendre leur intérêt pour la compression : les ondelettes sont des briques de base permettant de décorréler rapidement les signaux.

Nous utiliserons des ondelettes échantillonnées sur une grille discrète et régulière. Il s'agit de la transformée discrète en ondelette (TDO), par opposition à la transformée continue en ondelettes (TCO). Les ouvrages de I. Daubechies [Dau92], M. Holschneider [Hol95] et S. Mallat [Mal98a] traitent en détail ces deux aspects. La base des vecteurs de projection sera formée de dilatations et de translations de l'ondelette-mère. Nous reviendrons sur les ondelettes dans le cadre plus général des transformées étendues au chapitre 6.2.3.

3.4. Réduction

La réduction consiste à restreindre la gamme de variation des échantillons de signal ou des coefficients issus d'une transformation, isolément (quantification scalaire) ou par blocs (quantification vectorielle). Il s'agit généralement de l'étape qui introduit la plus grande quantité d'erreur dans le signal comprimé.

L'exemple le plus simple de réduction consiste à annuler certains coefficients. Plus généralement, la réduction consiste à attribuer une valeur représentative à une classe de valeurs possibles, par exemple situées dans un intervalle donné. Les problèmes qui se posent ici sont :

- comment choisir la gamme de variation réduite ?
- combien de classes et de valeurs représentatives faut-il choisir ?

– comment faut-il choisir ces valeurs ?

L'enjeu de ces problèmes est de dégrader le signal dans les limites de tolérance de l'application, et d'avoir un ensemble de coefficients plus faciles à coder par codage entropique.

3.4.1. Quantification scalaire

On quantifie ici les coefficients isolément. Chaque coefficient x_k est comparé à des niveaux de décision. Toutes les valeurs du signal x qui se trouvent entre deux niveaux successifs de décision prennent la même valeur quantifiée, définie par un niveau de reconstruction r_i . Si $d_i \leq x_k < d_{i+1}$, alors sa valeur quantifiée est $x_{k,q} = r_i$. Le problème de la quantification scalaire optimale consiste à trouver les niveaux d_i et r_i de manière à minimiser l'erreur entre le signal original et le signal quantifié. Le critère d'erreur est ici d'une grande importance, car la qualité du signal quantifié en dépend fortement. Cependant, ce calcul est presque toujours effectué à partir de l'erreur quadratique moyenne, qui est facile à manipuler dans les équations. Soit $p(x)$ la densité de probabilité du signal x . L'erreur quadratique moyenne ε est donnée par l'expression :

$$\varepsilon = E[(x - x_q)^2] = \int (x - x_q)^2 p(x) dx = \sum_i \int_{d_i}^{d_{i+1}} (x - r_i)^2 p(x) dx.$$

La position optimale des niveaux d_i et r_i peut s'obtenir en dérivant l'expression de ε par rapport à ces variables et en annulant les résultats. Après simplification, on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} r_i &= 2d_i - r_{i-1}, \\ r_i &= \frac{\int_{d_i}^{d_{i+1}} xp(x)dx}{\int_{d_i}^{d_{i+1}} p(x)dx}. \end{cases}$$

Ces équations peuvent être résolues par récurrence pour une densité de probabilité p donnée. Une solution directe de ces équations peut être obtenue si l'on choisit un nombre de niveaux de quantification N_q suffisamment grand pour pouvoir considérer que la densité de probabilité est constante sur chaque bande de quantification. Dans ce cas, la solution est $r_i = (d_i + d_{i+1})/2$. La position optimale des niveaux de reconstruction est le milieu de chaque intervalle de décision.

Dans la pratique, et pour les données sismiques, les auteurs utilisent la plupart du temps un quantificateur uniforme à seuil : on choisit un seuil s en dessous duquel les coefficients sont annulés, et les coefficients non nuls après le seuillage sont quantifiés de manière uniforme, sur des intervalles $[d_i, d_{i+1}[$ de pas p constant. Le représentant de ces intervalles est généralement choisi comme leur milieu. Certains auteurs ont employé une quantification non uniforme de

type logarithmique. Elle permet d'affecter un pas de quantification faible pour les amplitudes faibles, et un pas plus important pour les grandes amplitudes. Cette technique est souvent employée quand les grandes amplitudes sont relativement rares et qu'on veut conserver une certaine précision sur les plus faibles.

La figure 3.5 décrit le fonctionnement d'un quantificateur scalaire uniforme à seuil et d'un non-uniforme de type logarithmique. Nous renvoyons au livre de A. Gersho [GG92, p. 133 sq.] pour un traitement détaillé de la quantification scalaire.

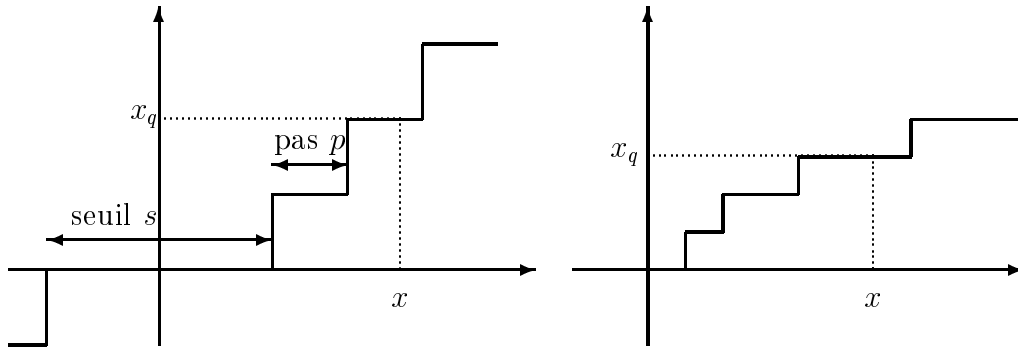


FIG. 3.5. – Quantificateur scalaire uniforme à seuil (gauche) et non uniforme (droite).

3.4.2. Quantification vectorielle

Pour réduire l'erreur de quantification moyenne, il est possible de quantifier et de reconstituer simultanément une série d'échantillons en les groupant dans un vecteur. On parle dans ce cas de la quantification vectorielle. Les vecteurs sont souvent définis comme des blocs d'échantillons adjacents. En une dimension, on peut choisir des segments consécutifs de longueur N , ou des blocs adjacents de $N_1 \times N_2$ échantillons en deux dimensions. Le but des différentes méthodes de quantification vectorielle est de regrouper les vecteurs d'un signal en classes de ressemblance, selon un critère particulier, et de trouver dans chaque classe un représentant pour l'ensemble des vecteurs de la classe. L'objectif final est d'obtenir une meilleure distorsion que par les méthodes scalaires. La quantification scalaire est en un cas particulier pour $N = 1$: les classes sont définies par les intervalles $[d_i, d_{i+1}[$ et le représentant de la classe est choisi dans cet intervalle. Nous renvoyons à nouveau au livre de A. Gersho et R. Gray [GG92, p. 307 sq.] sur ce sujet.

La quantification vectorielle ne semble pas avoir été employée explicitement pour la compression de données sismiques. Nous en utiliserons une forme simplifiée, où des blocs carrés de taille variable sont associés à un vecteur nul.

3.4.3. Classification

La classification peut être considérée comme une extension de la notion de codage vectoriel. L'analyse des données permet de définir des zones d'intérêt, des objets ou des motifs. Ceux-ci sont identifiés globalement et chacun est codé individuellement. Cette méthode permet de coder efficacement des motifs répétitifs comme des textures. Elle est également utilisée pour des objets analogues répétés au cours du signal, avec des localisations et des tailles différentes. Il suffit alors de coder une fois la forme de l'objet, puis sa taille et sa position à chaque occurrence. Dans le cas des données sismiques, on peut ainsi coder les zones bruitées en fonction de la nature du bruit, ou les zones d'une section sismique par nature géologique ou par vitesse de propagation des ondes. Nous considérons par exemple un modèle de vitesse comme une forme de classification.

3.5. Réarrangement des coefficients

Après transformation et quantification, les coefficients sont classés dans un ordre plus ou moins naturel. Cet ordre n'est pas toujours le plus efficace pour la compression : certains coefficients portent plus d'informations que d'autres. Il est souvent judicieux de les traiter en premier, pour leur allouer plus de précision par exemple. Les coefficients situés dans les mêmes régions du signal ont de plus tendance à se ressembler, ou du moins à posséder des caractéristiques similaires. Différents types de réarrangement des coefficients permettent d'en simplifier le codage.

3.5.1. Codage par amplitude

Le codage par amplitude consiste à transmettre les coefficients dans l'ordre décroissant de leur module. Un signal x subit une transformation orthogonale quelconque. On suppose que ses coefficients \hat{x}_i sont réordonnés par module décroissant en une suite \hat{x}_{k_i} . Comme une transformation orthogonale conserve la norme euclidienne, l'énergie e_m du signal vaut :

$$e_m = \sum x_i^2 = \sum \hat{x}_{k_i}^2.$$

Si l'on transmet au décodeur les coefficients un à un, dans cet ordre, l'énergie du signal reconstruit augmente à chaque instant k de la valeur $\hat{x}_{k_i}^2$, jusqu'à atteindre la valeur e_m . En transmettant un coefficient à la fois, et en supposant le réarrangement connu, transmettre les coefficients par module décroissant est la façon la plus rapide d'augmenter l'énergie du signal reconstruit. Y. Luo a utilisé ce type de codage [LS92]. Il est possible d'améliorer cette technique en codant de surcroît les bits de poids fort avant ceux de poids faible.

3.5.2. Codage par plans de bits

Cette technique, aujourd'hui très souvent employée en compression d'images, a été décrite par J. Schwartz et R. Baker [SB66]. L'idée du codage par plan de bits est de ne transmettre que les bits utiles des coefficients, en évitant les bits de poids fort nuls. Le tableau 3.1 représente le codage binaire de huit coefficients, classés par module décroissant. Par exemple, le premier coefficient, représenté dans la troisième colonne du tableau, a pour signe s_1 et pour amplitude $1.2^3 + x_1.2^2 + x_3.2^1 + x_8.2^0$. Le dernier coefficient du tableau 3.1 est nul, son signe est indifférent et est noté par un astérisque.

mots binaires	signe	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	*
poids fort	3	1	1	0	0	0	0	0	0
	2	x_1	x_2	1	1	1	0	0	0
	1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	1	0	0
poids faible	0	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	1	0

TAB. 3.1. – Représentation binaire des coefficients classés par module décroissant.

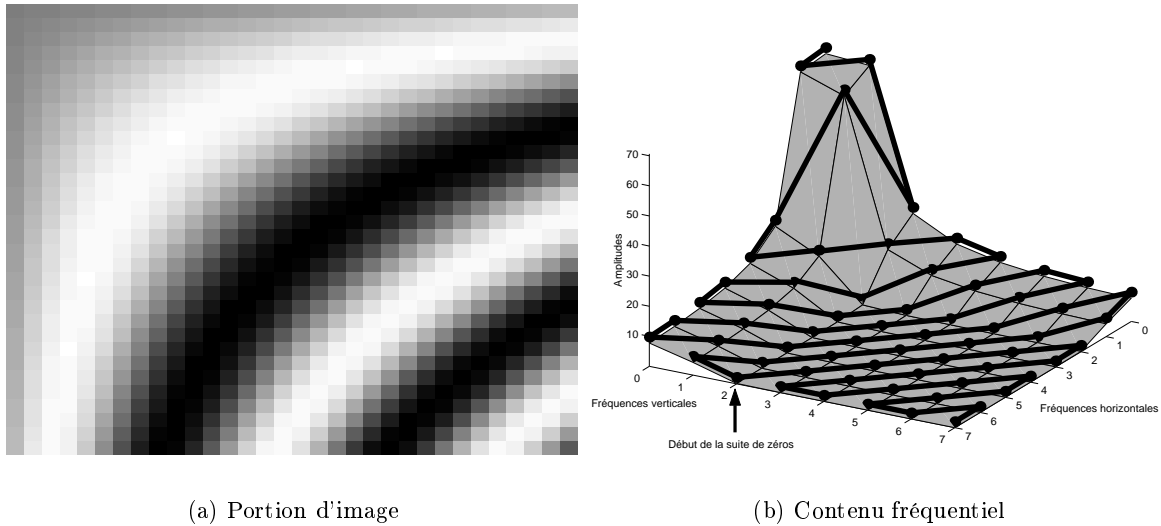
Pour chacun des poids, en partant du poids le plus fort $p = 3$, on transmet d'abord le nombre n_p de coefficients de poids fort p , soit $n_3 = 2$, $n_2 = 3$, $n_1 = 1$, $n_0 = 1$. Comme les coefficients de poids p ont nécessairement leur premier bit à 1, il suffit de transmettre leur signe. De même, il n'est pas nécessaire de transmettre les premiers bits nuls pour les coefficients de poids fort inférieur à p . Les bits de poids plus faible, représentés par le symbole x_i , doivent être transmis. De manière schématique, les huit coefficients peuvent donc être transmis par le flux suivant :

$$2; s_1; s_2; 3; s_3; s_4; s_5; x_1; x_2; 1; s_6; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7; 1; s_7; x_8; x_9; x_{10}; x_{11}; x_{12}; x_{13}.$$

Nous avons pour l'instant oublié le réarrangement des données. Il suffit pour l'inclure d'insérer les coordonnées de chaque coefficient avant chaque signe, par exemple. Si l'on coupe le flux précédent juste après x_7 , nous aurons implicitement réalisé une quantification de pas $q = 2$. Ceci permet de plus de choisir exactement le taux de compression, en interrompant le codage au nombre de bits souhaité. A. Kiely *et al.* [KP95] ont employé un codage de ce type pour la transmission de données sismiques provenant de Mars. Il est cependant nécessaire dans l'exemple précédent de coder séparément la bijection permettant d'ordonner les coefficients. Chaque coefficient doit donc être transmis avec sa position. Cette approche nuit par nature à la compression, car elle « double » la quantité d'information transmise. Il est cependant possible d'améliorer le codage de l'ordre, en choisissant un ordre *a priori*.

3.5.3. Codage en ligne brisée

En choisissant un ordre *a priori*, on cherche un réarrangement qui favorise le regroupement des coefficients par similarité ou par modules décroissants. Dans de nombreuses applications, telle la sismique, une grande partie de l'énergie du signal est concentrée dans les basses fréquences. Ce phénomène peut être rattaché aux lois en puissance de type $1/f^\alpha$ que suivent de nombreux signaux naturels. De plus, les hautes fréquences voient généralement leurs amplitudes réduites après l'étape de quantification. Pour un signal monodimensionnel, l'ordre naturel est celui des fréquences croissantes. Dans le cas de données bi- ou tridimensionnelles, il existe plusieurs façons de parcourir les données. Il est possible de suivre la décroissance en amplitude en fonction des fréquences en utilisant différents types de codage en ligne brisée. Ce type de codage a été popularisé par le codage zigzag du format JPEG. Ce format est décrit plus précisément à la section 4.1. Pour simplifier l'exposé, nous partirons de la portion d'image représentée dans la figure 3.6 (a). Son spectre d'amplitude est représenté dans la figure 3.6 (b).



(a) Portion d'image

(b) Contenu fréquentiel

FIG. 3.6. – Portion d'image représentant une forme d'onde (a) et contenu fréquentiel (b).

Pour cette image, les amplitudes décroissent globalement avec la fréquence, pour s'approcher de zéro pour les hautes fréquences. La figure 3.6 (b) représente également un parcours en zigzag, des basses vers les hautes fréquences. On peut remarquer en premier lieu que ce parcours suit à peu près l'ordre des modules décroissants, ce qui correspond à notre premier souhait.

Le second souhait, visant à regrouper les coefficients similaires, est également atteint. Dans cette image, les coefficients portant les index 2 à 7 sont quasiment nuls, et on peut estimer qu'ils le seraient après quantification. Si l'on décide de parcourir l'image transformée ligne par ligne, ou colonne par colonne, on trouve alors seulement six coefficients consécutifs. En

adoptant le codage en zigzag, les coefficients sont nuls à partir de du coefficient identifié par une flèche (figure 3.6 b). Ce coefficient indique le début de la suite de zéros. À partir de ce coefficient, on trouve 21 coefficients nuls consécutifs, ce qui permet un codage plus efficace de la suite de zéros.

D'autres choix de parcours sont possibles. F. Meyer [Mey99] utilise un parcours suivant une courbe de Peano/Hilbert [Pea90, Hil91] (fig. 3.7 à droite). Tous les coefficients d'une zone carrée donnée sont parcourus avant de passer à une autre zone. Ce parcours permet de regrouper les coefficients « proches » qui peuvent suivre, au moins localement, des distributions analogues. Ce type de codage ne permet pas la même adaptation à la structure fréquentielle des données que celle offerte par le codage en zigzag (fig. 3.7 à gauche). Il est néanmoins très intéressant, y compris dans l'exemple de la figure 3.6 : nous avons une zone carrée de coefficients nuls, comportant 36 coefficients, qui pourraient être regroupés en un seul ensemble.

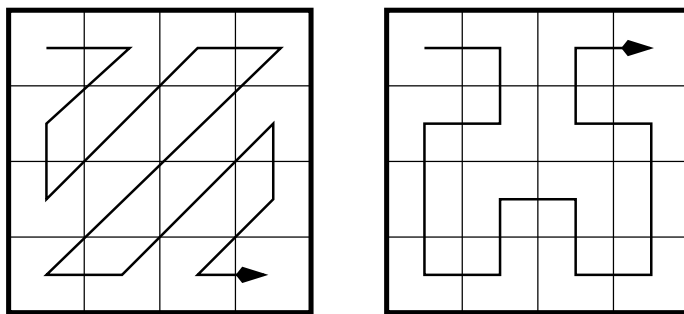


FIG. 3.7. – Exemples de codage en zigzag et de Hilbert.

3.6. Codage entropique

Dans ce chapitre, nous allons brièvement rappeler les principes du codage entropique, pour détailler un peu plus ceux du codage de Huffman et du codage arithmétique, et survoler les méthodes à dictionnaire.

3.6.1. Codage par plage

Après les étapes de transformation et de réduction, l'ensemble des coefficients contient souvent des séquences de même valeur, par exemple des coefficients nuls. Nous appellerons « symbole » la valeur considérée. Une façon très simple de réduire le volume des données consiste à remplacer ces séquences de symboles par :

- un mot représentant le symbole considéré (A), par exemple sa valeur numérique ;
- un mot contenant le nombre d'occurrences de ce symbole dans la séquence considérée.

Une séquence de treize A consécutifs sera représentée par le doublet (A,13). Ce type de codage est plus connu sous le nom de *run-length encoding*, ou son abréviation RLE. Il est d'une grande

efficacité quand on peut trouver de longues plages de valeurs identiques. Il contient l'idée qu'un symbole fréquent sera représenté, en moyenne, par un nombre de mots plus faible. Dans notre exemple, là où il fallait treize mots, un pour chacun des A, le RLE en utilise deux (un pour A, un pour 13), d'où une moyenne de $2/13$ mots pour la plage de A. On rencontre souvent une forme simplifiée du RLE : si une suite de coefficients est nulle à partir d'un certain point, un simple marqueur est apposé après le dernier coefficient non nul pour représenter la suite de coefficients nuls jusqu'à la fin de la suite.

Ce type de codage devient rapidement moins efficace si on ne dispose pas de longues plages constantes. On aurait cependant envie d'utiliser une technique analogue dans le cas où l'on dispose de symboles relativement fréquents mais non toujours consécutifs. Le codage de Morse montre que les caractères n'ont pas nécessairement besoin d'être codés avec un nombre fixe de bits. On peut coder les caractères les plus fréquents avec des symboles plus courts et les caractères rares avec des symboles plus longs, ce qu'on appelle un codage de longueur variable. On espère alors qu'en moyenne l'ensemble des symboles ainsi codés requerra un nombre de mots plus faible. Un grand nombre de techniques de compression sont basées sur ces techniques statistiques, dont les plus connues sont le codage de Huffman et le codage arithmétique. Nous y mentionnerons également les techniques de codage par dictionnaire.

3.6.2. Codage par niveau

Les données sismiques sont numérisées sur 24 bits, mais tous les échantillons ne requièrent pas la dynamique totale. Supposons par exemple, pour un signal donné, que de nombreux échantillons, en proportion p , peuvent être codés sur moins de 20 bits. On peut imaginer coder les échantillons sur deux tailles de mots : les uns de 24 bits, les autres de 20. Pour connaître la taille d'un échantillon, il est possible de lui adjoindre un bit de séparation, qui peut être égal à 0 pour les échantillons codés sur 24 bits, et à 1 pour 20 bits. Les échantillons sont alors codés en moyenne sur $25(1-p) + 21p = 25 - 4p$ bits. Ce codage est économique dès que la proportion p est supérieure à 25 %. Cette technique est très simple à mettre en œuvre, et peut également être employée sur des coefficients. En raison de sa simplicité, elle a souvent été utilisée pour la compression sans pertes en sismique, en particulier par S. Stearns. On aurait naturellement envie de raffiner cette technique, en codant séparément les mots de 16, 12 bits... Il faut alors modifier le séparateur, afin de distinguer les différentes longueurs de mots. Une autre solution est un codage à longueur variable comme celui de Huffman.

3.6.3. Codage de Huffman

Dans le cas du codage à longueur variable, un nouveau problème se pose : il n'est pas évident de détecter la fin d'un mot de code. Or, pour des raisons d'efficacité, il n'est pas raisonnable de réserver un symbole pour séparer les mots de code. Il est plus judicieux d'incorporer la notion de préfixe aux mots mêmes. C'est pourquoi tous les codes à longueur variable

doivent être construits avec la propriété dite « de préfixe » : « un mot de code ne doit pas être le préfixe d'un autre mot de code. »

D. Huffman [Huf52] a proposé un algorithme permettant de construire un code à longueur variable vérifiant la propriété de préfixe. Ce code est en un certain sens optimal, puisqu'il utilise le nombre minimum de bits par caractère pour une probabilité d'occurrence donnée.

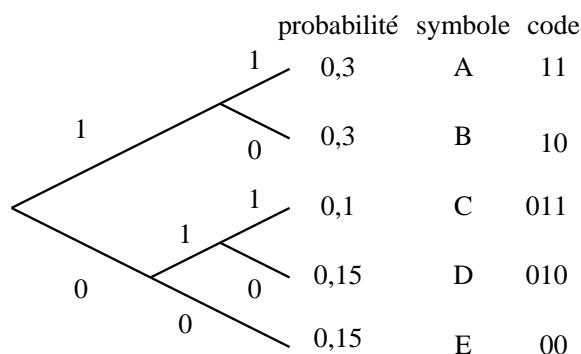


FIG. 3.8. – Exemple de codage de Huffman.

L'exemple donné dans la figure 3.8 illustre le procédé de création de la table de Huffman. Dans cet exemple, les symboles A, B, C, D et E sont affectés des probabilités d'occurrence suivantes : $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,1$, $p(D) = 0,15$, $p(E) = 0,15$. La règle de construction est donnée par les étapes suivantes.

1. Les caractères dont la probabilité d'occurrence est la plus faible sont combinés dans l'arbre et la probabilité du noeud père CD est 0,25. On attribue à la branche CD-C la valeur 1 et à la branche CD-D la valeur 0. Ce choix est arbitraire, ce qui explique qu'il puisse y avoir différents codes de Huffman pour une même série de données.
2. Il suffit de répéter ce procédé pour les noeuds A, B, CD et E qui ont pour probabilités d'occurrence : $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,3$, $p(CD) = 0,25$, $p(E) = 0,15$. Encore une fois, les caractères dont les probabilités sont les plus faibles sont combinés, soit dans ce cas les noeuds CD et E. On attribue une valeur arbitraire à chaque noeud.
3. À l'étape suivante, nous avons les probabilités suivantes : $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,3$, $p(CDE) = 0,4$, puis après une nouvelle itération : $p(AB) = 0,6$ et $p(CDE) = 0,4$.

Cette technique donne le code décrit à droite dans la figure 3.8. Il en résulte une moyenne de 2,25 bits par symbole, tandis que le codage classique nécessitait 3 bits pour coder 5 symboles. La propriété de préfixe est respectée : aucun des codes n'est le préfixe d'un autre code. Toute ambiguïté est ainsi levée au décodage.

3.6.4. Codage arithmétique

Dans les années 80, des chercheurs d'IBM ont développé un nouvel algorithme de codage basé sur l'observation suivante : aucun des systèmes de codage exposés jusqu'à présent ne peut s'adapter de manière optimale à des probabilités quelconques car chaque caractère est codé sur un nombre entier de bits. Si on considère un alphabet $\{A,B,C\}$ par exemple, avec $p(A) = p(B) = p(C) = \frac{1}{3}$, on s'aperçoit que le codage de Huffman ne peut pas être optimal au sens de la théorie de l'information, car quelle que soit la manière d'associer les mots de code, certains seront codés sur un et d'autres deux bits. Pour remédier à ce problème, ils ont proposé la technique du codage arithmétique qui permet de coder les symboles sur un nombre non entier de bits. Par conséquent, cette technique permet d'obtenir une moyenne de bits par symbole inférieur à 1, ce qui n'est pas possible avec le codage de Huffman.

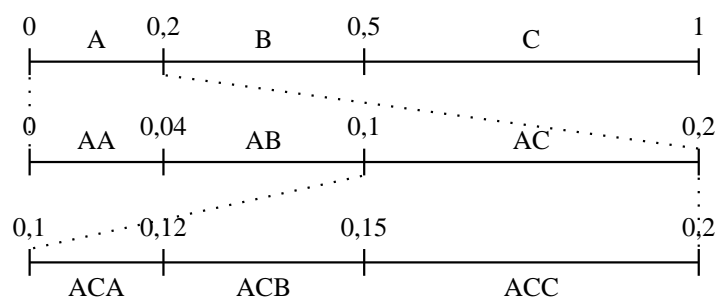


FIG. 3.9. – Exemple de codage arithmétique.

La figure 3.9 illustre l'idée du codage arithmétique. Dans cet exemple, on considère trois symboles $\{A,B,C\}$ avec les probabilités respectives $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,5$. L'intervalle $[0, 1]$ est subdivisé en fonction de ces probabilités. Si l'on veut calculer le code correspondant à la séquence ACB, on subdivise encore une fois l'intervalle $[0, 0,2]$ correspondant au symbole A, puis l'intervalle $[0,1, 0,2]$ correspondant à la séquence AC. On itère ce procédé sur l'ensemble de la chaîne de caractères jusqu'à obtenir un intervalle caractérisant la séquence, qui pourra être codé en utilisant n'importe quel nombre dans l'intervalle final. Dans notre exemple, la séquence ACB pourra être codée par le nombre 0,13 par exemple.

Du point de vue de la théorie de l'information, le codage arithmétique est meilleur que les codes attribuant un nombre entier de bits par mot de code. En effet, il génère des codes plus courts et la longueur totale de la chaîne encodée est minimale. Contrairement au code de Huffman, le codage arithmétique n'encode pas chaque symbole séparément, mais calcule un seul code pour l'ensemble de la chaîne.

3.6.5. Codage par dictionnaire

Nous mentionnons brièvement le codage par dictionnaire, qui est à la base de nombreux logiciels d'archivage, de type Gzip, Pkzip ou Arj. Son principe, simplifié, consiste à repérer les répétitions de symboles dans un flux binaire, et à les mémoriser dans un dictionnaire, en leur donnant un nombre pour définition, et à employer ce nombre à la place des répétitions. Ce type de méthodes doit beaucoup à J. Ziv et A. Lempel, depuis l'article de référence [ZL77]. Nous renvoyons à [GG92, p. 288 sq.] et à l'ouvrage de M. Nelson et J.-L. Gailly [NG96, p. 201 sq.] pour une explication précise de certaines d'entre elles, baptisées LZ* du nom de leurs inventeurs. Le codage par dictionnaire a été employé en sismique pour comprimer sans pertes le signal [JS96].

3.7. Critères de qualité, adaptation et codage intrinsèque

Un critère de qualité est une mesure de la distorsion induite dans le signal par la compression. Il n'apparaît pas en général dans les schémas de compression. Cependant, nous l'introduisons ici car c'est un élément essentiel gouvernant les méthodes de compression employées. Il indique en particulier les adaptations qu'il faut apporter aux différentes étapes de codage pour atteindre les objectifs de qualité fixés. Cette section permet également d'introduire les mesures d'erreur utilisées dans les travaux antérieurs, exposés dans la section historique 4.2.

Nous distinguerons deux types de critères de qualité, l'un objectif, basé sur un résultat numérique ne dépendant pas de l'observateur humain, l'autre subjectif, souvent basé sur l'analyse visuelle des données.

3.7.1. Critères de qualité objectifs

La qualité d'un signal après compression/décompression est le plus souvent mesurée par une distance entre le signal original x et le signal reconstruit x_r , et plus précisément entre chacun des échantillons. Les plus courantes en sismique sont la norme quadratique l_2 , la norme absolue l_1 et la norme infinie l_∞ , définies par

$$\begin{aligned}\|x - x_r\|_2 &= \left(\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - x_{r,i})^2 \right)^{1/2} \\ \|x - x_r\|_1 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |x_i - x_{r,i}| \\ \|x - x_r\|_\infty &= \max_i |x_i - x_{r,i}|\end{aligned}$$

La compression de données peut engendrer des erreurs possédant une grande dispersion, que l'on mettra en évidence au moyen de la norme l_∞ . Cette dispersion peut fausser les

moyennes réalisées par les normes l_1 et l_2 . Nous utiliserons une norme complémentaire, dite médiane, l_m , calculée à partir de la valeur médiane de la valeur absolue de l'erreur $x - x_r$. Cette norme devrait être moins dépendante des valeurs extrêmes de l'erreur.

La norme l_2 est de loin la plus employée, en particulier relativement à l'énergie du signal x , sous la forme $\|x - x_r\|_2 / \|x\|_2$, exprimée en pourcentage, ou en décibel (dB) sous la forme de rapport signal à bruit (RSB), en considérant que l'erreur $x - x_r$ après compression/décompression est un bruit ajouté au signal original. Nous exposerons les résultats de compression en exprimant ces quatre normes sous une forme analogue à celle du rapport signal à bruit classique :

$$\text{norme}_i(\text{dB}) = 20 \log \frac{\|x\|_i}{\|x - x_r\|_i}, \quad (3.3)$$

l'indice i pouvant prendre les valeurs 1, 2, ∞ ou m . Ces normes sont abrégées respectivement en RSBa (absolu), RSBq (quadratique), RSBm (médian) et RSBi (infini). Les deux dernières dénominations ne sont pas usuelles.

Les signaux sismiques sont généralement de moyenne nulle. Tous les calculs d'erreur seront effectués sur des signaux de moyenne nulle. Cette précaution permet en outre d'éviter un biais au dénominateur de l'équation 3.3. On peut noter que le choix d'un critère particulier est une opération en partie subjective ; il revient à donner un poids particulier à certains types d'erreurs. La norme l_∞ par exemple peut être très grande à cause d'une erreur isolée qui n'affectera pas l'interprétation du signal, car aisément décelable. La norme l_2 , quoiqu'assez similaire à la norme l_1 , tend à donner un poids plus important aux erreurs de grande amplitude. Cette différence peut apparaître aux taux de compression élevés, où les erreurs augmentent. La norme médiane l_m peut également réduire l'impact des erreurs extrêmes. Les résultats peuvent donc différer fortement en fonction de l'erreur choisie, et conduire à des choix de méthodes de compression différentes. Nous avons donc tenu à utiliser ces quatre normes pour relativiser la notion de supériorité d'une méthode de compression sur une autre, supériorité qui dépend du critère de qualité choisi.

3.7.2. Critères de qualité subjectifs

La mesure objective la plus classique est le rapport signal à bruit ou l'erreur quadratique. Toutefois sa corrélation avec le jugement subjectif est reconnue douteuse pour la plupart des signaux. Cependant, elle simplifie fortement les calculs analytiques de minimisation d'erreur, car la dérivée de son carré s'exprime simplement. De plus, si des critères de qualité subjectifs se développent pour l'analyse visuelle des images, il n'en existe pas d'établi, à notre connaissance, pour les données sismiques. La notion de qualité des données sismiques dépend fortement de l'objectif visé, des bruits et de leur localisation, ainsi que de l'observateur. Cette caractéristique est illustrée dans l'ouvrage de Ö. Yilmaz [Yil87, p. 6], où est représentée une section sismique

traîtée par différents contracteurs. Cet exemple montre clairement que différents traitements sismiques, utilisant différents paramètres, peuvent aboutir à des résultats très dissemblables.

Une ébauche de test subjectif a cependant été proposée par T. Røsten *et al.* dans [RLRA96]. Cet article propose une échelle de dégradation subjective comprenant 4 niveaux, de « dégradation inacceptable » à « dégradation indiscernable ». Les signaux sismiques sont comprimés par deux méthodes concurrentes. Les données comprimées sont soumises à un groupe de cinq géophysiciens, chargés d'attribuer indépendamment une note subjective à chacune des méthodes. La moyenne des notes données est comparée pour deux méthodes de compression différentes à un taux de 95 : 1. Ce procédé ressemble beaucoup aux tests de qualité utilisés pour la compression de son haute-qualité. Il est difficile d'employer ce test de manière routinière, *a fortiori* sur des données non traitées, dans lesquelles un observateur peut voir peu de détails avant tout traitement. Il ne semble plus être utilisé, beaucoup d'auteurs se fiant à des mesures de rapport signal/bruit, essentiellement quadratique. Il est cependant courant de comparer visuellement les données initiales et les données après décompression, ce qui est classique, mais aussi la différence entre les deux, pour analyser visuellement la nature du bruit additif induit par la compression.

3.7.3. Adaptation de l'algorithme de compression

Une fois le ou les critères de qualité choisis, il est souvent nécessaire d'adapter les étapes de la compression aux seuils de tolérance et au taux de compression souhaités. Il est en effet difficile de prédire quelle quantification et quel codage entropique peuvent atteindre les objectifs visés. En conséquence, deux étapes consécutives peuvent être liées entre elles pour simplifier l'adaptation aux critères, et les étapes peuvent être exécutées plusieurs fois, en faisant intervenir des paramètres humains.

Il est intéressant de rendre le processus global le plus autonome possible. La tâche est bien entendu complexe, s'il faut optimiser chacune des différentes étapes de compression, qui dépendent en partie les unes des autres. Nous apportons ici une attention particulière aux transformées linéaires. Elles sont décrites au cours de la partie II. Il est possible en général de déterminer des transformations bien adaptées aux signaux. On les dit parfois optimales, quand elles obtenues par optimisation sous certaines hypothèses concernant la quantification et le codage entropique. Les ouvrages de N. Jayant et P. Noll [JN84] et de A. Gersho et R. Gray [GG92] expliquent précisément cette notion d'optimalité. Il faut noter qu'il existe différents critères d'optimalité. Nous proposons dans la section 7.2 l'emploi conjoint de plusieurs de ces critères.

3.7.4. Codage intrinsèque

Il est également possible de réaliser en même temps le réarrangement, la quantification, l'allocation binaire et le codage entropique. La méthode que nous présentons ici est appelée

quantification arborescente intrinsèque (QAI). Nous ne la présentons pas dans cette partie pour trois raisons :

1. l'emploi de cette méthode est original en sismique ;
2. son exposé requiert plus de détails sur les transformées que nous n'en exposons ici ;
3. nous en proposerons une extension — par rapport aux autres travaux sur ce sujet en compression d'images — qui permet d'utiliser un grand nombre de transformations différentes, et qui s'adapte bien aux différents types des données sismiques.

Elle répond en outre à certains besoins exprimés pour l'intégration de la compression à la chaîne d'acquisition et de traitement. Elle permet entre autres :

- de réaliser le contrôle-qualité à la volée ;
- de prévisualiser les données par décompression partielle ;
- de simplifier, dans certains cas, la gestion des données sismiques en les décomposant en blocs de faible taille.

Cette technique de codage est détaillée dans les sections 8.2.2 à 8.2.4.

Afin de passer à la partie centrale sur les transformées (partie II, p. 59) puis aux résultats (partie III, p. 127 sq.), nous donnons à la section 4.1 un exemple de mise en œuvre d'un algorithme de compression employé dans le format JPEG. Cet exemple introduit les techniques de compression de données sismiques décrites dans l'historique 4.2. Il a également été employé pour la compression de données sismiques, et son schéma de fonctionnement est assez représentatif de nombreuses méthodes de compression par transformée linéaire.

4. Compression de données sismiques : mise en œuvre et historique

Motivations :

Dans ce chapitre, nous donnons un exemple de mise en œuvre pratique des méthodes de compression décrites au chapitre précédent. Cet algorithme permet d'expliquer le fonctionnement de nombreux schémas de compression, en particulier ceux employés en sismique. Nous retraçons ensuite l'historique de la compression en sismique. Cet exposé historique vise un but triple :

- exposer la variété des approches ;
- souligner les limitations techniques de la compression sans pertes ;
- introduire le choix des méthodes exposées dans cette thèse pour réaliser la compression avec pertes des données sismiques.

Résumé :

L'objet de ce chapitre est de montrer la mise en œuvre, dans un format très employé pour les images, des différentes techniques de compression mentionnées au chapitre précédent. Nous utilisons pour cela le format très répandu appelé JPEG. Il est bien adapté à notre objectif pour deux raisons :

- il sert souvent de paradigme pour la compression, car il permet d'expliquer de nombreux autres schémas de compression, en particulier pour les données sismiques ;
- il a été employé en sismique à plusieurs reprises [WRR97, SHA99], sous une forme légèrement modifiée.

Nous retraçons les travaux de compression effectués en géophysique depuis les articles de P. Bois en 1969 et L. Wood en 1974 et jusqu'à aujourd'hui. Au lieu d'un exposé purement chronologique, nous avons choisi de regrouper ces travaux par époques. Chacune des époques déterminées est caractérisée par la prééminence d'une méthode particulière de compression. Les travaux précurseurs de P. Bois et L. Wood établissent les principes de base de la compression des signaux sismiques. Nous décrivons ensuite les techniques prédictives, les transformées et puis les ondelettes, qui forment trois époques marquantes, jusqu'aux tendances actuelles, à base de transformées locales et de bancs de filtres. Nous mentionnons également quelques travaux plus isolés, basés sur la classification. Ces travaux sont en partie extérieurs à notre exposé,

mais permettent de souligner des approches antagonistes sur la notion d'information sismique. L'exposé des travaux antérieurs et des tendances actuelles nous conduit à une discussion sur la faisabilité de la compression sans pertes. Ses limitations nous amènent à conclure ce chapitre sur les idées autorisant la compression avec pertes et sur le protocole d'étude que nous avons employé.

4.1. Un exemple de mise en œuvre : le format JPEG

4.1.1. Introduction au format JPEG

JPEG est l'abréviation de *Joint Photographic Experts Group*. Ce standard a été développé en commun par l'ITU (*International Telecommunication Union*, www.itu.org) et ISO (*International Organization for Standardization*, www.iso.ch). JPEG est un standard de compression pour les images fixes, aussi bien en couleurs qu'en différents niveaux de gris. Ce standard est aujourd'hui utilisé très largement dans le monde. Cette technique de compression, légèrement modifiée, a également été utilisée pour des données sismiques [WRR97, SHA99]. Nous utilisons cet exemple qui met bien en évidence les différentes étapes de la compression. Nous ne parlerons ici que du mode le plus utilisé. Il s'agit du mode séquentiel dans lequel l'image est encodée par blocs de lignes, et pour lequel le décodeur est obligé de décoder toute l'image. Les différents modes du JPEG sont décrits en détails dans l'ouvrage de W. Pennebaker et J. Mitchell [PM93].

4.1.2. Principes du format JPEG

L'image est segmentée en blocs ou vignettes de 8×8 pixels. Chaque bloc est encodé de manière séparée en commençant par une transformée discrète en cosinus (TDC). Les coefficients issus de la TDC sont quantifiés, puis encodés par un codeur entropique.

La transformée en cosinus discrète correspond à un choix de transformation. La formule de la TDC, appliquée à la fois sur les colonnes et les lignes d'un bloc formé de pixels i_{xy} , est la suivante :

$$\tilde{i}_{uv} = \frac{1}{4} C_u C_v \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 i_{xy} \cos \frac{(2x+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2y+1)v\pi}{16}, \quad (4.1)$$

avec $C_u, C_v = \frac{1}{\sqrt{2}}$ pour $u, v = 0$ et $C_u, C_v = 1$ sinon. La transformation discrète en cosinus reçoit un traitement plus détaillé à la section 5.5.3. Les coordonnées (u, v) de l'image transformée correspondent grossièrement à des indices de fréquences, la fréquence croissant avec u et v . La quantification est effectuée grâce à une table de quantification possédant 64 entrées $Q(u, v)$, chacune correspondant à l'un des coefficients du bloc. Une table de quantification différente peut être utilisée pour chaque type d'image ; elle peut être optimisée en fonction

des caractéristiques du support (écran, papier), de la quantité de bruit dans l'image, etc. Le décodeur doit bien sûr connaître la table de quantification utilisée et cette dernière doit de ce fait être transmise avec le reste de l'image codée. Afin de réduire l'amplitude des coefficients $\tilde{u}_{u,v}$, ces derniers sont divisés par $Q(u, v)$ et les résultats sont arrondis. On sait que l'œil perçoit de façon moins précise les variations d'intensité en hautes fréquences, ce qui conduit à les quantifier drastiquement dans ce standard JPEG.

Pour améliorer le taux de compression, un codage entropique est appliqué sur les coefficients quantifiés. Pour ce mode du JPEG, le codage de Huffman est utilisé en conjonction du codage de compression (sec. 3.6.1), en suivant un parcours en zigzag (sec. 3.5.3). Le format JPEG peut également employer le codage arithmétique.

4.2. Historique de la compression de données sismiques

4.2.1. La compression de données sismiques par époques

Le premier travail significatif sur la compression des données sismiques est généralement attribué à C. Wood en 1974 [Woo74]. En fait, la plupart des idées fondatrices furent énoncées avant cette date par P. Bois, de l'Institut Français du Pétrole, dans plusieurs articles et rapports, dès 1969. Nous retracerons ici l'évolution historique des idées par époques distinctes. Ce choix est motivé par l'apparition successive de techniques nouvelles de compression. Nous distinguerons :

- l'époque des précurseurs (1969–1981), qui mettent en place le formalisme et les idées centrales de la compression de signaux sismiques ;
- l'époque des techniques prédictives (1978–2000), où l'on cherche à prédire ou à interpoler les échantillons du signal ;
- l'époque des transformées classiques (1982–1999), cherchant à décorrélérer les données par une transformation linéaire ;
- l'époque des transformées en ondelettes (1992–2000), qui marque le début de la maturité de la compression de données sismiques ;
- l'époque des transformées locales et des bancs de filtres (1996–?), qui reflète la direction que semblent prendre les travaux les plus récents.

Comme le montrent les dates indiquées, ces époques se recouvrent partiellement. Ce recouvrement existe parce qu'une fois proposées, certaines de ces techniques poursuivent leur développement même après l'apparition de méthodes nouvelles. Les dates données révèlent la date du premier et du dernier article rencontrés sur le sujet. Le recouvrement réel entre ces périodes, correspondant à l'apogée de chacune des techniques, est généralement plus faible, et justifie cette approche par périodes distinctes.

Nous souhaitons comprimer les données hors du cadre du traitement, à l'acquisition par exemple, de façon à rendre le processus de compression le plus automatique possible. Nous nous

concentrons donc principalement sur des techniques de compression « classiques », par opposition aux techniques de compression d'impulsion. Pour mémoire, la compression d'impulsion est utilisée principalement en sismique vibratoire. Elle fait appel à un savoir-faire essentiellement géophysique, qui requiert une analyse des données. Certains auteurs proposent jusqu'à la réduction des données sismiques à l'information géologique finale, ce qui est également une forme de compression [SK90]. Mais elle requiert un traitement intégral des données, ce qui est hors de notre propos présent.

4.2.2. Les précurseurs : P. Bois et L. Wood

À notre connaissance, le premier article introduisant le concept de compression des données sismiques est dû à MM. P. Bois et G. Grau [BG69]. Il est motivé par l'allègement des calculs de convolution et de corrélation pour des signaux à spectre étroit, sur 1 à 1,5 octave (entre 20 et 50 Hz). La méthode proposée sélectionne les pics principaux du signal et interpole les données entre les pics en faisant passer des demi-gaussiennes par chaque pic, pour tenir compte de la possible dissymétrie des formes d'ondes sismiques. Il s'agit là d'une technique d'interpolation. Ses auteurs estiment qu'elle permet des taux de compression de 5 à 10, mais surtout qu'elle permet de réduire le volume de calcul d'un facteur 10 à 450, suivant le pas d'échantillonnage des données. Outre l'accélération des calculs, P. Bois note que cette méthode peut servir à la télétransmission.

En 1970, P. Bois propose [BLP70] une méthode de pointé automatique. Il consiste à multiplier la matrice représentant une section sommée par un opérateur de décision, pour simplifier les données et en automatiser en partie l'interprétation. Cette opération réalise implicitement une réduction des données. Elle peut être considérée comme une forme première des techniques de classification décrite dans la section 4.2.7. Entre 1972 et 1975, ce même auteur et L. Wood [Boi72, Woo74] développent des méthodes de compression basées sur la notion de transformée.

Au-delà de leur anecdotique proximité patronymique, P. Bois et L. Wood s'intéressent tous deux à la décomposition des signaux sismiques sous forme d'une somme de créneaux d'amplitudes et de largeurs différentes. Une largeur donnée de créneau correspond grossièrement à une période, donc à une fréquence particulière. Il s'agit de la transformée de Walsh-Hadamard, qui sera détaillée plus loin, à la section 5.5.4. Les signaux sismiques employés concentrent l'essentiel de leur énergie, de l'ordre de 80 %, sur une plage de fréquence occupant $1/4$ à $1/7$ du spectre total. L'idée de P. Bois et L. Wood consiste à conserver uniquement les coefficients de plus grande amplitude. Cette approche requiert de conserver également les rangs de ces coefficients, c'est-à-dire la largeur des créneaux associés. Pour simplifier la mise en œuvre, ces deux auteurs suggèrent de conserver uniquement le lobe central du spectre. Il en résulte une compression correspondant à la taille du lobe central, de 4 : 1 à 7 : 1. Les données utilisées dans ce travail sont codées sur 12 bits, et L. Wood propose d'améliorer le taux de compression en quantifiant les coefficients sur 6 niveaux puis en employant un codage de Huffman. Il en

résulte un codage des coefficients sur trois bits en moyenne, ce qui porte le taux de compression jusqu'à 28 : 1. Comme les données possèdent un spectre étroit, il propose également un sous-échantillonnage suivi de la quantification et du codage des échantillons eux-mêmes. La décompression inclut alors une interpolation. Les résultats sont jugés inférieurs à ceux utilisant la transformée de Walsh. Ce résultat illustre l'intérêt d'appliquer une transformation aux données, afin de les décorrélérer ou de concentrer leur énergie, avant les étapes de réduction et de codage entropique.

Le choix de la transformée de Walsh est inspiré des travaux de D. Stone [Sto71], qui indique que la concentration de l'énergie dans le domaine fréquentiel est comparable pour la transformée de Fourier et celle de Walsh. Les travaux de D. Stone étaient motivés à la fois par une réduction des temps de calcul et du volume des données, jusqu'à 80 %, soit un taux de compression de 4. À performance comparable, ces différents auteurs préfèrent la transformée de Walsh à celle de Fourier pour deux raisons :

- elle bénéficie d'algorithmes rapides analogues à ceux de la transformée de Fourier rapide ;
- le calcul de la transformée de Walsh requiert exclusivement des additions et des soustractions de nombres réels, contrairement à celle de Fourier.

L. Wood [Woo74] annonce des taux de compression allant jusqu'à 28 : 1, mais son application principale est la visualisation des données, pour laquelle la précision est moins cruciale que pour le traitement. P. Bois affirme quant à lui que l'impact de la compression sur le traitement est insignifiant en dessous de 4 : 1, des artefacts apparaissant à partir de 7 : 1 environ [Boi75]. Notons que ce taux relativement faible aurait pu être amélioré par l'emploi de techniques de quantification plus fines et de codage entropique.

T. Hu et G. Garner figurent encore parmi les précurseurs. Les travaux semblent avoir eu moins d'impact, malgré l'intérêt de leurs résultats. Ils proposent d'enregistrer uniquement le bit de signe des données sismiques. Le signal possède alors une forme crénelée analogue aux vecteurs de base de la transformée de Walsh. Employée à la place d'un codage sur 16 bits, cette méthode offre donc un facteur de compression de 16. L'enregistrement monobit est parfois employé en sismique vibratoire, la dynamique étant restituée par corrélation avec le signal source. Dans l'article [HG81], T. Hu et G. Garner proposent de restituer les amplitudes par sommation ou migration. Le point le plus original de leur technique consiste à requérir un rapport signal/bruit faible, de l'ordre ou inférieur à 0 dB, c'est-à-dire un niveau de bruit supérieur ou égal à celui du signal. Ils montrent sur des signaux synthétiques que, suivant le type de bruit additif et le nombre de traces sommées, il est possible d'obtenir une précision analogue à celle de la sommation calculée sur la pleine précision de 16 bits. Par contre, si le rapport signal/bruit augmente, le signal conserve sa forme crénelée, même après sommation. Ce procédé est particulièrement intéressant pour les sources de faible amplitude. Il permet en outre de multiplier le nombre de capteurs, la conversion sur 1 bit étant à l'époque moins coûteuse que celle sur 16 bits. Les auteurs reconnaissent cependant que le bruit réel est assez

mal modélisé par les bruits uniformes, gaussiens ou à phase aléatoire qu'ils emploient pour mener leurs calculs théoriques à bien. La technique de l'enregistrement en bit de signe semble aujourd'hui peu employée.

4.2.3. L'époque des techniques prédictives

T. Bordley critique en 1983 l'approche de L. Wood [Bor83]. Bien que satisfaisante pour la visualisation, elle tend à dégrader trop fortement les faibles amplitudes. P. Stigall et P. Panagos [SP78] avaient proposé auparavant une méthode plus performante que celle de L. Wood, en extrapolant les amplitudes par des polynômes de faible degré à coefficients fixes. De fait, ils emploient principalement une prédiction linéaire sur un ou deux coefficients. Cette prédiction est suivie du codage des coefficients mal prédits exclusivement. Elle ne semble pas très efficace, car l'énergie de l'erreur obtenue est seulement inférieure de moitié à celle résultant du simple arrondi des coefficients. T. Bordley propose plutôt un codage par prédiction linéaire (ou LPC pour *linear predictive coding* [JN84, p. 387 sq.]). Le bruit issu de la prédiction est quantifié, sans codage entropique subséquent. Il en résulte une énergie et une erreur absolue inférieure d'un facteur 15 à la quantification brutale des échantillons. T. Bordley semble le premier à utiliser nommément la notion de prétraitement des données : avant toute compression, ces dernières subissent un filtrage passe-bas. Cette opération permet de débarrasser les données de signaux parasites, et permet d'améliorer les performances de la compression. La technique décrite par T. Bordley introduit également l'idée d'une compression en plusieurs étapes : les échantillons sont prédits une première fois suivant plusieurs méthodes afin de déterminer la méthode la plus adaptée. La compression n'est effective qu'au second passage.

De nombreux auteurs ont suivi la voie proposée par T. Bordley, en cherchant à modéliser les données par LPC, en utilisant des polynômes, des développements de Taylor ou des dérivées successives [NSM96]. S. Stearns, seul ou en collaboration, a fourni une grande quantité de résultats, la plupart motivés par la compression sans pertes. Outre les travaux cités précédemment, S. Stearns a étudié les signaux sismiques sous l'angle des modélisations autorégressive (AR), autorégressive à moyenne mobile (ARMA) [NSM97] ainsi que divers types de filtrage adaptatifs [FCS94], dont la modélisation par moindres carrés récurrents et par gradient normalisé [LMMS94, MMM96]. Ces techniques ne forment pas le cœur de notre approche, excepté la modélisation AR qui nous permettra d'optimiser les transformées que nous employons. Nous préférons donc renvoyer vers l'ouvrage de B. Widrow et S. Stearns pour l'exposé de ces méthodes [WS85]. S. Stearns popularise également l'emploi du codage par niveau des résidus de prédiction et du codage arithmétique. Il constate que le codage arithmétique permet de pallier en partie certains défauts de la modélisation [Ste95]. Certaines de ces méthodes requièrent une puissance de calcul importante, et suscitent des algorithmes parfois moins performants, mais plus rapides. Par exemple, l'algorithme de C. Peterson [PH92] permet un facteur de gain en vitesse de 50 en compression, et de 13 en décompression, mais offrant des taux inférieurs

à la prédiction linéaire et au codage arithmétique de S. Stearns. J. Haines [HE94] propose une technique originale consistant à décomposer au préalable le signal en M bandes de fréquence par des filtres modulés en cosinus. Chaque sous-bande est ensuite codée par prédiction linéaire. Cette méthode n'améliore pas les taux de compression sans pertes, mais permet un traitement en parallèle, à $1/M$ du débit série. Elle est par contre intéressante pour contrôler les distorsions dans les différentes bandes de fréquence, pour la compression avec pertes.

Parallèlement à ces méthodes de compression monodimensionnelles, O. Steinlein *et al.* [SH92] proposent une méthode d'interpolation bidimensionnelle. Elle fait intervenir des courbes *splines*. La compression est contrôlée par un seuil d'erreur maximum à ne pas dépasser. Ils suggèrent que la différence entre données originales et données comprimées est imperceptible à un taux de 4,5, et que l'interprétation reste possible jusqu'à un taux de 23 : 1.

4.2.4. L'époque des transformées classiques

L'idée de décorréler les données par des transformées mieux adaptées que celles de Haar ou de Walsh apparaît avec l'article de M. Lee et R. Yarlagadda [LY82] en 1982. Ses auteurs considèrent que la compression peut être considérée comme réversible au dessus d'un RSBq (rapport signal/bruit quadratique) de 30 dB, et permet des taux de compression de 5 à 6. Les données sont à l'époque codées avec 16 bits de mantisse et 4 d'exposant. Elles sont donc numérisées avec plus de précision que les données codées sur 12 bits auparavant. M. Lee teste plusieurs transformées : les transformées de Fourier, de Walsh et de Karhunen-Loève et la transformée discrète en cosinus, ainsi que divers types de prédiction linéaire et de quantification. Ses conclusions éliminent la transformée de Karhunen-Loève (TKL), algorithmiquement trop coûteuse. La transformée discrète en cosinus suivie d'un seuillage et d'une quantification logarithmique atteint les meilleures performances pour des données vibratoires. Le même schéma est utilisé pour des données impulsives, avec cependant une prédiction linéaire dans la partie impulsive des traces. Les meilleurs résultats sont obtenus en transformant l'intégralité de la trace, et non des segments.

Parallèlement à ses travaux sur la compression sans pertes, une équipe menée par S. Stearns poursuit des études sur les mêmes transformations que M. Lee [SJS91]. Ces auteurs privilégient les transformées orthogonales, qui semblent offrir, pour la compression avec pertes, plus de robustesse que la prédiction linéaire pour les données sismiques. Après transformation sur des blocs de données de taille constante, les coefficients sont quantifiés de façon différente dans trois bandes de fréquence déterminées en fonction de leur énergie. Il semble que seuls les coefficients sont ici codés : les vecteurs de projection ne sont pas codés explicitement. Dans ces conditions, A. Spanias constate que la TKL fournit les meilleurs résultats, conformément à la théorie [SJS91]. La mesure d'erreur utilisée est un compromis entre une norme quadratique (énergie de l'erreur) et une norme infinie (maximum de l'erreur). Cependant, il observe que la TKL n'est pas robuste d'un signal à l'autre : la TKL d'un signal sismique ne permet

pas de compresser efficacement un autre signal sismique. Il note également qu'il s'agit d'une transformée numériquement coûteuse, et préconise l'emploi de la TDC qui, bien que moins performante, fournit des résultats très proches de ceux obtenus par la TKL, à un coût plus faible.

P. Waldemar propose [WRR97] une transformation originale sur des données bidimensionnelles. Il s'agit de la décomposition en valeurs singulières de blocs de taille $N \times N$. Elle semble posséder *a priori* un avantage théorique sur la TKL : elle est optimale au sens d'une moindre erreur quadratique, tandis que la TKL l'est au sens de l'erreur quadratique moyenne [Jai89]. Il faut cependant coder les vecteurs singuliers également, ce qui représente une contribution importante au volume de données comprimées. Leurs résultats sur une section sommée montrent qu'un simple codage JPEG est plus performant de 1,5 à 3 dB à taux de compression égal. Ce résultat illustre qu'une optimalité théorique n'est pas toujours un gage fiable de la performance réelle d'un algorithme de compression.

La TDC a encore été utilisée récemment par K. Skretting [SHA99], qui propose d'améliorer le codage JPEG au niveau du codage de Huffman. Il semble donc que, dans le domaine des transformées, la TDC offre des performances intéressantes pour la compression de données sismiques. Cependant, la classe des transformées en ondelettes va pour un temps détrôner la transformée discrète en cosinus.

4.2.5. L'époque des ondelettes

Un groupe de chercheurs a donné leurs lettres de noblesse aux ondelettes pour la compression de données sismiques. P. Donoho est son principal contributeur depuis 1995, en collaboration avec R. Ergas et R. Polzer, entre autres. Ces auteurs décomposent les données sismiques par une suite de filtrages passe-bas et passe-haut. La décomposition en ondelettes est illustrée avec plus de détails dans la section 6.2.3. Les coefficients sont ensuite seuillés et quantifiés, puis encodés grâce à la compression et au codage de Huffman. D'après A. Throo [Thr97], l'algorithme de P. Donoho *et al.* est dérivé du codeur d'empreintes digitales employé par le FBI, dont la définition est donnée dans l'un des articles de C. Brislawn [BBH93] et sur le site <http://www.ora.com/centers/gff/formats/fbi/>.

Divers tests semblent montrer qu'un type particulier d'ondelette donne de bons résultats : elle est appelée 9/7 en raison des longueurs de filtres passe-bas et passe-haut qui la produisent. La plupart des auteurs préfèrent employer une quantification uniforme à seuil. Elle est d'usage plus simple et semble donner les meilleurs résultats, associée à l'ondelette citée plus haut [VW97]. Divers travaux [BFH96, Rei96] montrent également qu'il est plus intéressant de compresser des données multidimensionnelles. En effet, cette approche permet de mieux saisir la redondance interne aux données sismiques. Elle est justifiée théoriquement dans [VED96], en utilisant la transformée de Karhunen-Loève. Tous ces auteurs considèrent que les données sont séparables, et décomposent indépendamment chaque direction des données par une

transformée.

On peut dire que l'emploi de transformées en ondelettes marque le début de la maturité de la compression de données sismiques. Elle a permis à Chevron et à la Compagnie générale de géophysique de réaliser un test de compression en grandeur réelle, où des données marines 3D sont comprimées à 60 : 1 afin de pouvoir réaliser une transmission satellitaire entre un navire d'acquisition et le centre de traitement. Parallèlement à cette transmission, les mêmes données ont été stockées sans compression, afin de pouvoir effectuer la comparaison. Cette campagne d'acquisition a été décrite dans de nombreux articles [DEV95, SED⁺95, EPDG96, GSED96]. Leurs auteurs montrent que le bruit introduit par la compression n'a pas eu d'impact sur le traitement des données. V. Rampa *et al.* [RST99] aboutissent à une conclusion analogue en visualisant l'impédance acoustique après une compression au taux de 133 : 1 sur des données tridimensionnelles.

Dans ces différents travaux, le prétraitement des données devient systématique, afin d'améliorer encore les performances en compression. Afin de réduire les effets négatifs de la compression sur des portions de signal de faible amplitude ou de haute fréquence, on peut recourir à leur égalisation avant compression [PEDE97], au redressement des arrivées par correction dynamique (NMO) [RH94]. Ces opérations permettent d'améliorer la cohérence, la similarité et la stationnarité des données.

Afin d'obtenir une meilleure adaptation aux propriétés des données, divers auteurs proposent d'utiliser non plus des ondelettes, mais des paquets d'ondelettes. La technique des paquets d'ondelettes est décrite à la section 6.2.3. Y. Luo et G. Schuster [LS92] sont en fait les premiers à décrire une application des ondelettes à la compression de données sismiques, en utilisant directement les paquets d'ondelettes. Notons que le codage employé reste élémentaire : il consiste à conserver seulement un certain nombre de coefficients après transformation. T. Chen [Che95] propose également d'employer les paquets d'ondelettes avec un schéma de codage plus élaboré, avec quantification uniforme et codage de Huffman.

Les ondelettes présentent cependant un défaut principal : elles requièrent d'effectuer un calcul sur l'intégralité des données. Un bloc de données sismiques, comprimé par les méthodes exposées plus haut, requiert une décompression complète pour accéder à un sous-ensemble. T. Chen propose également un codage hybride, mêlant une transformée monodimensionnelle et une prédiction latérale trace à trace. Cette méthode, justifiée par un modèle théorique des données, donne de bons résultats sur des données synthétiques, simples et dépourvues de bruit. Cependant, ce modèle relativement simple et la présence de bruit sur des données réelles limitent fortement l'intérêt de cette approche. P. Donoho [DEP98] propose une approche par blocs : les données 3D sont découpées en petits blocs de 16 à 64 échantillons, les blocs se recouvrant d'un simple échantillon à leur frontière. Tous les blocs sont ensuite comprimés au même taux de compression. La présence d'un échantillon de recouvrement, éliminé après décompression, permet de conserver une certaine continuité dans les données comprimées.

L'approche par transformée locale permet de gérer plus facilement la compression sur des volumes de données plus petits, en utilisant une segmentation à recouvrement.

4.2.6. Tendances actuelles : transformées locales et bancs de filtres

Les ondelettes ont apporté d'importants progrès dans la compression, par comparaison aux transformées classiques. Cependant, P. Vermeer note dès 1996 [VBO96] que les ondelettes n'offrent peut être pas une très bonne décomposition fréquentielle, à cause de la décomposition dyadique : un schéma d'allocation par bandes risque de dégrader la partie haute des fréquences. F. Meyer note également que l'aspect oscillatoire à long terme de certaines données sismiques requiert de nombreux coefficients d'ondelettes. Ces auteurs proposent en conséquence l'utilisation de transformées dites « locales ». Nous renvoyons à l'annexe B pour quelques exemples graphiques de transformées.

Le prototype de la transformée locale est la transformée locale en cosinus. Il s'agit en bref d'une transformée discrète en cosinus pondérée par des fenêtres de longueurs variables qui réalisent une segmentation à recouvrement. Elle ressemble à une transformée de Fourier à court terme, en employant différentes longueurs de support. Cette fenêtre est calculée pour permettre un recouvrement sur quelques échantillons. P. Vermeer [VBO96] utilise une transformée locale en cosinus (TLC) trace par trace, c'est-à-dire uniquement de manière monodimensionnelle. Il travaille essentiellement avec des données brutes, en point de tir, pour lesquelles la dimension horizontale, à temps constant, possède une moindre cohérence.

R.-S. Wu et Y. Wang utilisent, eux, une TLC dans les deux directions : leur méthode est testée non sur des données en point de tir, mais sur une section sommée, dont les directions horizontales et verticales présentent une certaine cohérence. Ils proposent d'abord [WW99a] une méthode de segmentation semi-adaptative, et plus précisément adaptative dans une direction, temporelle ou d'espace, et uniforme dans l'autre direction. Le schéma de codage est relativement simple, car il ne réalise ni quantification ni codage des coefficients. Il faut noter que les résultats présentés proviennent de la compression d'une section sommée synthétique, qui semble de plus faible complexité que des données réelles et donc *a priori* plus facile à comprimer.

F. Meyer [Mey99] propose un schéma plus élaboré que celui de R.-S. Wu et Y. Wang. Il utilise les mêmes transformées. Il réalise ensuite une quantification scalaire à seuil (cf. sec. 3.4) basée sur une distribution laplacienne des coefficients. Les coefficients quantifiés sont ensuite rassemblés par fréquences analogues, et le réarrangement des coefficients se fait en suivant une courbe de Hilbert, décrite à la section 3.5.3. F. Meyer réalise ses tests sur un signal synthétique simple et sur une section sommée, et compare ses résultats avec des paquets d'ondelettes. Les transformées locales qu'il emploie donnent des résultats nettement supérieurs sur des données synthétiques, mais l'écart entre les deux méthodes est moins flagrant sur la section sommée.

Dans les travaux cités ci-dessus, les transformées sont construites de manière analytique :

les coefficients de la transformée sont obtenus de manière explicite sous forme de fonctions trigonométriques bien choisies. Les coefficients après transformation sont obtenus par projections sur des vecteurs de base de la transformée. On peut également obtenir des transformées locales par l'approche des bancs de filtres, que T. Røsten propose depuis 1995. Il existe en effet un formalisme, issu du traitement du signal, qui fournit aux transformées classiques, aux transformées en sous-bandes et aux ondelettes un même jeu d'outils. Ce formalisme sera l'objet principal de la partie II. T. Røsten propose de construire un ensemble de filtres décomposant des données en différentes bandes de fréquence. Les coefficients sont ensuite segmentés en petits blocs de taille identique. À chaque bloc est associé une classe de distribution des coefficients, déterminée statistiquement comme un mélange de gaussiennes. Chaque bloc est ensuite codé par codage arithmétique. T. Røsten a présenté plusieurs variantes de ce schéma, et il est possible de trouver une vision synthétique de ses résultats dans ses thèses de *master* et de doctorat [Rø96, Rø00]. L'une des originalités de ses travaux tient aux transformées utilisées. À la suite des travaux de S. Aase et T. Ramstad [AR95], il utilise des transformées non inversibles. La conséquence principale de la non inversibilité est que l'étape de transformation introduit elle-même un certain niveau de pertes. Ce choix semble cependant judicieux pour la compression avec pertes. En effet, d'autres pertes seront causées par la quantification, et une légère perte au niveau de la transformée peut se révéler sans grande conséquence. On peut par contre en tirer avantage. Il est en effet possible de montrer que, pour un modèle de signal donné, ces transformées donnent, au moins théoriquement, de meilleurs résultats que les transformées inversibles [AR95]. T. Røsten a mis ce principe en application pour les données sismiques [RLBR97].

Les transformées locales, tout comme les ondelettes, ont permis d'annoncer des taux de compression très importants, jusqu'à 200 ou 300, pour différents types de données, sans impact notable sur le traitement ou l'interprétation.

4.2.7. Travaux allogènes liés à la classification

Bien au-delà de taux de compression de 200 à 300, R. Strelitz et Y. Keshet affirment en 1990, dès les premières lignes de l'article [SK90], que « les sections sismiques contiennent 10^5 fois plus d'information que nécessaire ». Ce calcul est basé sur le rapport entre un volume de données d'acquisition estimé entre 0,1 et 1 Go et le schéma d'interprétation, représentant tous les réflecteurs et les failles, les données lithologiques, etc., de taille généralement inférieure à 10 ko. Sur ce constat, les auteurs proposent un ensemble de méthodes pour comprimer ces données d'un facteur 100 ou plus. Ces méthodes utilisent conjointement des techniques de renormalisation des données et la conservation des passages à zéros (*zero crossings*) et des pics d'amplitude. Les auteurs proposent d'employer des méthodes morphologiques pour classer différentes strates/interfaces géologiques.

La classification peut être considérée comme une forme de compression. Elle permet de

ne conserver que la partie utile des données. Elle est cependant en grande partie supervisée, car l'interprétation est nécessaire à sa réalisation. Afin d'automatiser la classification, il est possible de faire appel à des méthodes supervisées comme les réseaux neuromimétiques. W. Epping et A. L'Istelle [EL92] utilisent par exemple différents types de réseaux de neurones qui leur permettent de classer une section sommée, en détectant les lignes orientées. Après entraînement sur des données de tests, ils parviennent à comprimer cette section sommée d'un facteur 5 à 7 pour une erreur de 10 %. Ce taux d'erreur semble assez important en regard du taux de compression obtenu, bien que nous n'ayons pas ici de point de comparaison avec d'autres méthodes.

Les méthodes de classification pour la compression semblent d'emploi relativement marginal. Elles semblent requérir une supervision et une définition préalable des informations pertinentes. Ce type de compression semble de mise en œuvre complexe pour des données d'acquisition brutes, avant tout traitement. De fait, la classification n'est jamais employée au niveau de l'acquisition, à notre connaissance. Elle est considérée comme beaucoup trop destructrice d'information avant toute forme de traitement.

4.3. Discussion sur la compression avec ou sans pertes

4.3.1. Peut-on vraiment comprimer sans pertes ?

Des nombreux auteurs estiment aujourd'hui que la compression sans pertes de données sismiques peut difficilement dépasser un facteur deux. P. Vermeer [Ver99] en propose une explication, basée sur le niveau de bruit des données. Nous en proposons une autre explication liée à la précision des données, basée sur un modèle de prédiction simple.

Faisons l'hypothèse d'une technique de prédiction linéaire qui décompose le signal selon un modèle et une erreur de modélisation. Nous faisons ici abstraction du codage du modèle, pour nous intéresser uniquement au codage de l'erreur de modélisation. Comme la prédiction est linéaire, nous supposons que le rapport entre la dynamique d_e de l'erreur et celle d_s du signal est constant. Si on l'exprime en nombre de bits, cela signifie que l'erreur est réduite de b' bits par rapport aux b bits de codage du signal. Cette réduction correspond à une réduction en amplitude de facteur $d_s/d_e = 2^{b'}$. Une fois la réduction de dynamique accomplie, l'erreur est simplement codée sur $b - b'$ bits. Le taux de compression résultant est alors de $\frac{b}{b-b'}$. Sachant qu'une très grande réduction de l'amplitude est illusoire, à cause de l'imperfection du modèle, le taux de compression sera proche de 1 si la dynamique du signal est grande. En conséquence, modéliser le signal n'apportera pas de gain en volume de stockage. Nous allons le vérifier sur un exemple simple.

Supposons que l'amplitude d'un signal est réduite d'un facteur 64 après prédiction. Le gain en nombre de bits est donc $b' = 6$. Le tableau 4.1 donne le taux de compression résultant du simple codage des erreurs sur $b - b'$ bits.

Dynamique en bits	8	12	16	24
Nb bits erreur	2	6	10	18
Taux de compression	4	2	1,6	1,3

TAB. 4.1. – Taux de compression pour un gain de 6 bits selon la dynamique du signal.

On y voit que le taux de compression chute relativement vite avec la dynamique. Pour améliorer ces taux, on peut essayer d'y adjoindre un codage entropique. Supposons alors que nous disposons d'un signal de 1000 échantillons, et que les erreurs sont distribuées uniformément sur la dynamique d_s . Si les erreurs sont codées sur 6 bits en moyenne, elles peuvent prendre $2^6 = 64$ valeurs distinctes. Par conséquent, en appliquant le principe des tiroirs, de nombreux échantillons d'erreur, au moins quinze, possèdent la même valeur. En conséquence, le codage entropique permettra sûrement un gain supplémentaire pour le codage des erreurs. Si elles varient sur $2^{10} = 1024$ valeurs, la probabilité que deux erreurs au moins soient identiques est très proche de 1. Par contre, si les erreurs de prédiction peuvent prendre 2^{18} valeurs distinctes, elles ont environ une chance sur 7 d'être toutes distinctes. En conséquence, un codage de Huffman est sans intérêt direct, car il n'y a pas de redondance dans l'histogramme des erreurs. Ces calculs simplifiés peuvent expliquer en partie que des travaux antérieurs, utilisant des données sur 12 ou 16 bits, proposent des taux de compression sans pertes sensiblement supérieurs à 2 : 1.

Nous avons testé diverses méthodes de prédiction polynomiale et par filtrage adaptatif, analogues respectivement à celles décrites dans les articles [NSM96] et [MMM96], écrits par l'équipe travaillant autour de S. Stearns. Nos propres tests, sur un nombre restreint de données codées sur 24 bits, oscillent entre des taux de 1,5 à 2 pour la majorité des tests, et pouvant aller jusqu'à 4 pour des données de faible complexité. Les taux augmentent de 3 : 1 à 6 : 1 en réduisant la dynamique jusqu'à 12 bits. Il est cependant difficile de conclure, car les taux de compression obtenus dépendent sensiblement des données employées, qui ne sont pas accessibles pour mener des tests comparatifs.

On peut noter de plus que ces algorithmes classiques de compression fonctionnent plus mal encore sur des données codées sur 32 bits en virgule flottante. En effet, une fois la modélisation faite, les coefficients d'erreurs ne sont généralement plus codés sur un format entier, mais en flottant également. Même si la dynamique est réduite, il est nécessaire de coder l'erreur en format flottant, car la prédiction est souvent imparfaite. Chaque coefficient d'erreur requiert alors le même espace que chaque échantillon, et le gain obtenu devient très faible. Ces affirmations sont confirmées par les résultats de Z. Jericevic *et al.* [JS96]. Ces auteurs décomposent les échantillons codés sur 24 bits entier ou 32 bits flottant en mots de huit bits. Ils réordonnent ensuite ces octets des poids forts aux poids faibles. Le fichier résultant est comprimé par une méthode à dictionnaire non précisée, probablement un programme de type Pkzip ou Gzip. En raison de la dynamique d'enregistrement, une trace en sismique explosive ou vibratoire après

corrélation contient généralement un grand nombre d'échantillons de faible amplitude. Ces échantillons contiennent donc de nombreux zéros dans leurs octets de poids fort. Le réarrangement opéré permet de rassembler des blocs d'octets de poids fort contenant de nombreux zéros et de simplifier le travail d'un algorithme de codage entropique. Les taux de compression annoncés pour environ deux gigaoctets de données sont de 2 et 1,33 pour des données codées respectivement sur 24 et 32 bits. On peut noter que deux gigaoctets représentent un volume important de données, pour lequel les méthodes à dictionnaire sont probablement plus efficaces que sur des ensembles plus petits, comme une trace sismique, qui peut n'occuper que quelques kilo-octets.

Les taux de compression sans pertes se situent donc en-deçà des besoins réels. L'expérience montre également que certaines traces sismiques sont très difficiles à comprimer : les diverses approches par prédiction comme par codage par dictionnaire que nous avons testées produisent parfois des données comprimées de taille supérieure aux données originales. Cette non-reproductibilité des résultats d'une trace à l'autre limite la possibilité d'emploi de ce type de compression sans pertes. Il semble donc utile, sinon nécessaire, de faire appel à des techniques de compression avec pertes.

4.3.2. Pour une compression avec pertes raisonnées d'information sismique

Les méthodes de compression avec pertes ont longtemps été jugées incompatibles avec les besoins du traitement sismique. Cette opinion a changé avec l'apparition des ondelettes grâce à l'expérience réalisée en 1995 par Chevron et CGG [DEV95]. Afin de rendre la compression viable de façon industrielle, il restait à déterminer l'impact de la compression sur le traitement. Plusieurs ensembles de tests ont été menés pour prouver la relative innocuité de la compression. Parmi les idées permettant de justifier l'introduction de quelques dégradations dans le signal, on peut considérer que :

- les données sismiques sont par nature redondantes : une opération de sommation réduit typiquement le volume des données d'un facteur égal au degré de couverture du dispositif, qui est souvent de l'ordre de 50 à 100 ;
- comme le montrent R. Strelitz et Y. Keshet [SK90], l'interprétation finale est une forme de classification, induisant une simplification très importante des données, d'un facteur supérieur à 10^5 . On peut alors espérer pouvoir simplifier les données sismiques à la source, ne serait-ce que d'un facteur beaucoup plus faible ;
- la compression avec pertes introduit un bruit qui peut être considéré comme l'un des nombreux bruits présents en sismique, et traité comme tel. Cette hypothèse requiert certaines conditions sur les caractéristiques du bruit de compression. Certains auteurs considèrent ce bruit comme aléatoire pour de faibles taux de compression, et de plus en plus cohérent à mesure que le taux augmente. Si l'on peut s'assurer que le bruit de compression est aléatoire, gaussien et inférieur en énergie au bruit ambiant, il est par

exemple considéré comme acceptable par P. Donoho [DEP99]. Il ne semble néanmoins pas exister de consensus à ce sujet pour l'instant ;

- le traitement lui-même est en partie imprécis : M. Hall *et al.* [HMR95] montrent ainsi qu'une variation de 0,1 % de l'estimation des vitesses de sommation introduit sur une section sommée autant d'erreurs qu'une compression de 10 avec un algorithme relativement simple à base d'ondelettes. On considère souvent qu'une incertitude de 1 % sur ces vitesses est monnaie courante. Cette incertitude réduit l'intérêt de conserver la pleine précision des données à la source, surtout si l'on considère les imprécisions du dispositif d'acquisition (position des capteurs, couplage au sol, etc.) ;
- par leur capacité de filtrage, de nombreuses méthodes de compression permettent la réduction des bruits inorganisés et donc améliorent la qualité des données, comme le montre A. Throo [Thr97]. Elles permettent également la réduction de bruits organisés, ainsi que le montrent A. Deighan et R. Watts, en utilisant un filtrage par ondelettes [DW97a] pour la suppression de bruit de surface (*ground roll*).

A. Brocklehurst a proposé une analyse de l'influence d'une compression par ondelettes [Bro95] sur plusieurs types de données sismiques et sur plusieurs types de traitements. Elle avait pour but de pouvoir déterminer des seuils de compression en termes de taux, pour chaque type de traitement identifié. Son travail est conclu par les taux-limite de 10, 20 ou 30 suivant les types de données. Le consortium SCDI (*Seismic data compression initiative*) a été formé en 1996 pour tenter de formuler des diagnostics complémentaires. Dans l'attente du rapport final, ses conclusions partielles données par P. Donoho [Don99] semblent les suivantes :

- toutes les méthodes de compression génèrent trop de dégradation dans les données à partir d'un certain taux ;
- il ne semble pas exister de variation brusque des propriétés des données comprimées permettant de tracer une limite infranchissable entre le seuil de dégradation tolérable et un excès de dégradation ;
- toutes les méthodes testées donnent des résultats analogues.

Il semble désormais reconnu que sur la plupart des jeux de données, une compression de 10 est possible sans altération substantielle des résultats après traitement. P. Donoho *et al.* estiment [DEP00] qu'il est possible d'espérer des taux de l'ordre de 5 à 15 sans dégrader les données. Ces chiffres sont assez éloignés des taux supérieurs à 100 proposés par le passé par ces mêmes auteurs [DEV95]. Par contre, le seuil maximum de compression n'est pas aisé à déterminer, comme le montre les taux de compression très disparates annoncés dans l'historique, pouvant aller de 4 à 200 suivant les auteurs, les algorithmes et les données testées.

De telles affirmations achoppent sur plusieurs difficultés :

- beaucoup de ces tests sont effectués avec des algorithmes à base d'ondelettes uniquement. Quelques auteurs dont F. Meyer [Mey99] estiment que les ondelettes, bien que provenant en partie du monde de la géophysique, peuvent être modérément adaptées à

- la compression des données sismiques, en raison de leur caractère très oscillatoire ;
- les performances sont fortement affectées par la nature (bruitée ou non bruitée) des données, l'étendue (nombres de capteurs et d'échantillons) et la dimensionnalité (mono, bi, tri, voire même quadridimensionnelle en marine¹) des données. On peut même imaginer dans le futur des données quadridimensionnelles comportant 4 composantes ;
 - le développement de nouvelles méthodes de traitement, une meilleure estimation des paramètres, peuvent conduire à abaisser le seuil de tolérance. Ce besoin peut être équilibré par une compression multidimensionnelle, mais il est difficile, dans l'hypothèse d'un re-traitement futur des données, de fixer *a priori* ce seuil. Une fois les données comprimées avec pertes, il est presque impossible de retrouver une précision supérieure ;
 - il semble avéré que les traitements de type intégral (sommation, migration) tendent à minorer l'impact de la compression, tandis que des traitements de type différentiel (déconvolution) en accentuent les effets. En conséquence, il semble nécessaire de fixer des seuils différents selon les applications. Certains traitements comme l'AVO accordent une importance particulière à la préservation des amplitudes des échantillons ;
 - pour nombre de ces résultats, les taux de compression sont calculés après avoir effectué des prétraitements sur les données, tels des égalisations d'amplitude et de fréquence. P. Vermeer [VBO96] observe par exemple qu'un taux de 15 sur un point de tir sans prétraitement peut passer à 25 après une suppression sélective des réfractions (*mute*) et à 50 après égalisation dynamique. Mais il est malaisé d'en tirer une règle générale, car ces opérations dépendent fortement des données choisies.

Nos propres observations, étayées par celles de T. Røsten, en particulier dans l'article à paraître [RRA00b], semblent jeter un doute sur l'équivalence de toutes les méthodes de compression, autant en termes objectifs de rapport signal/bruit qu'en termes subjectifs de dégradation des données.

En raison de la diversité des données sismiques, nous avons choisi d'employer des méthodes par transformées, dans l'esprit des développements actuels. Plutôt que de fixer un unique seuil de compression, nous avons opté pour une approche plus générale. Nous montrerons que sur une large plage de taux de compression, il est possible d'améliorer les résultats obtenus par des méthodes classiques basées sur les ondelettes. Ces résultats s'obtiennent en adaptant les propriétés des transformées à certaines caractéristiques des données sismiques. Nous montrons cependant que la hiérarchie des méthodes de compression dépend sensiblement des données et du critère de qualité objectif choisi.

Les programmes de compression de données sismiques que nous avons décrits sont rarement disponibles. Il est donc difficile de réaliser leur comparaison, à l'opposé des programmes de compression d'images. Ils sont souvent la propriété de sociétés pétrolières. De plus, il n'existe pas encore de standard de compression pour l'échange de données sismiques [DHF96]. Nous

¹Le terme quadridimensionnel désigne ici les dimensions temps, ligne de capteur, capteur sur la ligne, tir.

avons néanmoins pu effectuer une comparaison avec l'algorithme de T. Chen et celui de T. Røsten, dans la section 9. Nous avons enfin mis en œuvre les algorithmes de compression dans un souci pratique pour l'acquisition des données et leur accès pour la visualisation. Ces considérations sont exposées dans la section décrivant l'intérêt pratique des méthodes proposées (sec. 12.1).

Deuxième partie .

Bancs de filtres et
transformées étendues :
formalisme, optimisation et
mise en œuvre

5. Transformées classiques

Motivations :

Ce chapitre se veut un rappel de quelques transformées employées classiquement en traitement du signal. Cet exposé sert deux objectifs :

- ces transformées ont été utilisées en sismique pour la compression. Ce chapitre permet de préciser certains passages de l'historique (chap. 4.2) ;
- nous nous servirons de ces transformées comme briques de base pour les méthodes que nous proposerons, et elles seront inscrites dans une famille plus vaste de transformées, que nous appellerons « transformées étendues ».

Résumé :

Ce chapitre débute par la définition de la transformée de Haar, qui permet d'expliquer simplement l'équivalence entre la notion de transformée et celle de banc de filtres. Nous traitons ensuite de la transformée de Karhunen-Loève (TKL). Celle-ci possède des propriétés intéressantes pour la compression. Mais elle possède également d'importants défauts qui la rendent peu pratique pour la compression de données. Elle reste cependant un exemple de référence. Nous exposons quelques unes de ses propriétés, qui nous serviront de guides par la suite. Ses propriétés permettent également d'introduire les transformées discrètes en cosinus (TDC), qui sont une forme d'approximation de la TKL. Les TDC sont d'emploi fréquent, et possèdent quelques qualités, dont l'existence d'algorithmes rapides. Nous introduisons ensuite la transformée discrète de Walsh, qui peut être vue comme une simplification de la transformée discrète en cosinus. Bien que rarement employée en traitement du signal actuellement, cette transformée a eu son heure de gloire par le passé pour la compression de données sismiques, et nous servira également ici.

Nous montrons enfin sur un exemple de compression les limitations de ces transformées, quand elles sont utilisées sur des blocs de signaux contigus.

5.1. Introduction sur les transformées

La notion de transformée se trouve au cœur de nombreuses techniques de compression de signaux, en particulier de son, d'images, et de signaux sismiques. Il s'agit très souvent d'une

transformation linéaire¹ que l'on applique à un certain nombre d'échantillons de signal, de façon itérative ou non. Nous prendrons comme exemples préliminaires la transformée de Haar, la transformée de Karhunen-Loève (TKL), la transformée discrète en cosinus (TDC) et celle de Walsh, qui nous serviront d'introduction aux principes et aux limites de la compression de données. Ces deux dernières nous serviront également à créer des transformées et à modéliser leurs performances par la suite.

Le rôle de la transformation — en compression de données — consiste en général à décomposer le signal en « éléments » d'information, qui seront pour nous les coefficients obtenus après application d'une transformée aux échantillons du signal. Un choix approprié de transformation permet de mieux concentrer l'information « utile » contenue dans le signal, par exemple en mettant en évidence les redondances, et en les synthétisant ou en les éliminant, ce que l'on appelle souvent décorréler le signal.

En traitement du signal, une transformée linéaire est souvent matérialisée par un banc de filtres, et représentée par une matrice. Nous expliquerons les principes des transformées sous les angles du filtrage et du calcul matriciel. Certaines des transformées que nous utiliserons sont de développement assez récent : les plus récentes ont paru dans l'article [TdQN00]. Nous ne proposons pas de formulation théorique nouvelle sur ce sujet, l'originalité de ce travail provenant en partie de leur emploi en géophysique et de leur optimisation par rapport aux données sismiques. Nous y consacrons une partie importante, car il s'agit d'outils peu ou pas encore utilisés en géophysique. De plus, ce sujet est très peu traité en français à notre connaissance. Afin de motiver le formalisme matriciel nécessaire, nous développerons au chapitre 6 quelques exemples très élémentaires de transformées, et en particulier une extension de la transformée de Haar, que nous appellerons « de biHaar ». L'intérêt de cette extension de la transformée de Haar sera mesuré sur quelques signaux simples. Ces exemples permettront d'introduire un formalisme unifié pour les transformées en ondelettes discrètes, les transformées classiques dites « par blocs » (comme par exemple les TDC, les transformées de Walsh-Hadamard) et les transformées à recouvrement (par exemple les LOT de H. Malvar, au chapitre 6.2.4 et les GenLOT de de Queiroz *et al.*, au chapitre 6.2.6). Nous utiliserons le terme de « transformées étendues » pour désigner ces différents types de transformées. Nous nous intéresserons plus particulièrement à des transformées dont les coefficients possèdent des propriétés de symétrie.

5.2. Transformée de Haar

La transformée de Haar est un intéressant exemple introductif de la notion de transformée étendue. Son emploi consiste à segmenter les signaux en blocs adjacents de deux échantillons,

¹Une certaine tendance est cependant à l'emploi de transformées non linéaires, popularisée dans le domaine des ondelettes par le principe de *lifting scheme* développé par W. Sweldens. Elles ont des applications intéressantes, en particulier pour la compression sans pertes, c'est le cas par exemple de la transformée S+P de A. Said et W. Pearlman, décrite dans [SP96]. Elles permettent également de construire des transformées à coefficients rationnels, destinées à des implémentations « rapides ». Nous n'en parlerons pas plus ici.

puis à calculer leur moyenne et leur différence. À deux échantillons de signal correspondent donc deux coefficients. L'idée cachée derrière la décomposition somme/différence est que, si les signaux varient peu, la différence possède généralement un module en moyenne plus faible que celui des échantillons, ce qui permet de la coder sur moins de bits.

La matrice normée correspondant à la transformée de Haar est donnée par :

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Cette transformation est orthogonale. La transformée de Haar est la forme dégénérée, à un facteur près, d'une transformée discrète en cosinus (section 5.5.3) et des transformées de Walsh, Paley ou Hadamard [Bea75] (section 5.5.4), qui ont motivé les premiers travaux en compression de données sismiques [Boi72, Woo74], comme l'explique la section 4.2. Elle fournit également par itération l'exemple le plus simple et non trivial d'ondelette de Daubechies. On l'appelle également ondelette de Haar [Haa10].

Pour introduire le formalisme matriciel de la transformation, nous prenons un bloc de deux échantillons $b_0 = [x_0 x_1]$ du signal x . Quand le contexte est clair, comme c'est le cas ici, nous supposerons que b_0 et x sont des vecteurs colonnes, sans noter la transposition, afin d'éviter de surcharger les formules. La matrice H transforme le bloc b_0 en deux coefficients \tilde{x}_0^b et \tilde{x}_0^h :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_0^b \\ \tilde{x}_0^h \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix},$$

avec $\tilde{x}_0^b = (x_0 + x_1)/\sqrt{2}$ et $\tilde{x}_0^h = (x_0 - x_1)/\sqrt{2}$. En effectuant une telle décomposition de type moyenne-différence, on espère que, pour les signaux à faibles variations, le terme de différence \tilde{x}_0^h sera faible, et qu'il pourra être codé sur un nombre de bits plus faible, résultant en une forme de compression. Ce souci est implicite dans les transformées que nous étudierons par la suite. Cette opération correspond à la projection orthogonale du bloc b_0 sur les deux vecteurs

$$\begin{aligned} h_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}, \\ h_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}, \end{aligned}$$

qui forment les lignes de la matrice H . Ces projections correspondent au filtrage par les filtres H_B et H_H de coefficients :

$$\begin{aligned} H_B &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}, \\ H_H &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}, \end{aligned}$$

filtres respectivement symétrique et antisymétrique, donc à phase linéaire. Cette propriété nous intéressera pour le choix ultérieur des extensions des signaux en dehors de leur support (cf. 8.1.2). Ces filtres sont respectivement passe-bas et passe-haut. On réitère la projection sur les blocs suivants, $b_1 = x_2x_3$, $b_2 = x_4x_5$, et on obtient une suite de blocs de coefficients passe-bas et passe-haut

$$\left(\widetilde{x}_0^b \widetilde{x}_0^h\right) \left(\widetilde{x}_1^b \widetilde{x}_1^h\right) \dots \left(\widetilde{x}_i^b \widetilde{x}_i^h\right).$$

Il existe deux représentations différentes de ces coefficients. Nous notons pour simplifier + et – les coefficients passe-bas et passe-haut. La première représentation correspond au formalisme des transformées classiques, par blocs distincts, où les blocs transformés sont simplement juxtaposés, pour former le signal transformé \widetilde{x} :

$$\widetilde{x} = \widetilde{x}_0^b \widetilde{x}_0^h \widetilde{x}_1^b \widetilde{x}_1^h \dots \widetilde{x}_i^b \widetilde{x}_i^h \dots \sim + - + - \dots + - \dots \quad (5.1)$$

La seconde correspond au formalisme des ondelettes discrètes, où l'on sépare les coefficients basse-fréquence des coefficients haute-fréquence :

$$\widetilde{x} = \widetilde{x}_0^b \widetilde{x}_1^b \dots \widetilde{x}_i^b \dots \widetilde{x}_0^h \widetilde{x}_1^h \dots \widetilde{x}_i^h \dots \sim + + \dots + \dots - - \dots - \dots$$

Dans cette représentation, on rassemble les coefficients passe-bas, qui donnent une image à basse résolution du signal. Les coefficients passe-haut donnent les détails du signal.

Nous nous consacrons pour l'instant à un seul étage de décomposition par blocs. Désormais en possession du signal transformé \widetilde{x} donné par l'équation 5.1, nous souhaitons retrouver le signal x . La transformée de Haar étant orthogonale, son inverse est donné par la matrice H^T . Appliquée au bloc formé des deux coefficients \widetilde{x}_0^b et \widetilde{x}_0^h , elle permet de recouvrer un bloc $\widetilde{\widetilde{x}}_0 \widetilde{\widetilde{x}}_1$ (un double tilde correspond à une « double » transformation) :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\widetilde{x}}_0 \\ \widetilde{\widetilde{x}}_1 \end{bmatrix} = H^T \begin{bmatrix} \widetilde{x}_0^b \\ \widetilde{x}_0^h \end{bmatrix} = H^T H \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix}.$$

Formellement, comme $H^T H$ est égale à une matrice identité, les signaux $\widetilde{\widetilde{x}}$ et x sont identiques. En termes de bancs de filtres, la matrice H^T agit comme une paire de filtres F_B et F_H , obtenus par retournement de H_B et H_H :

$$\begin{aligned} F_B &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}, \\ F_H &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} / \sqrt{2}. \end{aligned}$$

On obtient un signal reconstitué \hat{x} en intercalant de façon appropriée les blocs $\tilde{\tilde{x}}_i \tilde{\tilde{x}}_{i+1}$, de la manière résumée dans la figure 5.1.

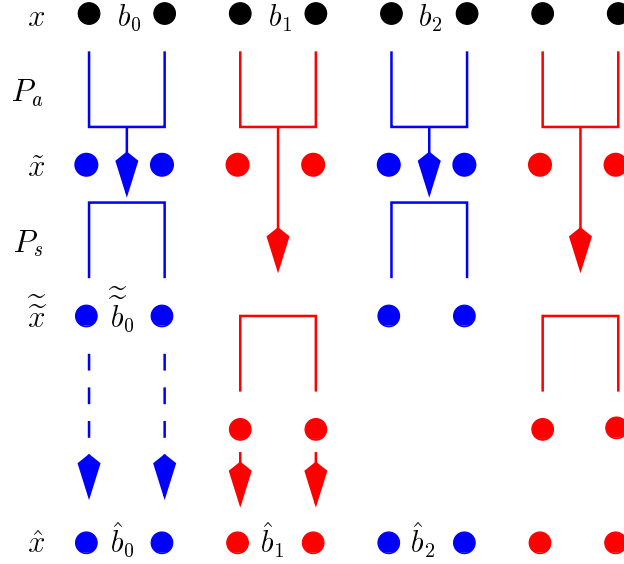


FIG. 5.1. – Transformée par blocs à deux canaux.

5.3. Vers les transformées étendues et les ondelettes

La transformée de Haar décrite dans la section précédente produit deux coefficients (un par filtre associé) pour deux échantillons de signal, et l'opération est répétée tous les deux échantillons. Les transformées par blocs produisent en général M coefficients pour un bloc de M échantillons de signal, et l'opération est répétée tous les M échantillons. Dans une optique plus générale, une transformée comportant M filtres peut prendre un nombre d'échantillons L supérieur à M , le nombre de coefficients en sortie du banc de filtre, ce qui correspond à la notion de recouvrement. La transformée inverse, quand elle existe, produira L échantillons à partir de ces M coefficients. Le formalisme des transformées étendues, que nous décrirons au chapitre 6, permet d'étudier la notion de recouvrement de façon plus unifiée, à la fois pour les ondelettes et les transformées de type bloc.

La transformée discrète en ondelettes consiste à itérer le processus de décomposition sur les coefficients passe-bas (transformée classique par ondelettes) ou les coefficients passe-haut ou passe-haut (transformée par paquets d'ondelettes). La transformée est de même nature, seule la permutation des coefficients modifie la perception de la transformée : par blocs (temporels ou spatiaux) ou par bandes de fréquences (ici les basses fréquences, puis les hautes). De cette façon, un étage de décomposition par deux filtres d'une transformée en ondelettes peut être regardé comme un cas particulier des transformées étendues, à un réarrangement près. Nous verrons également dans le chapitre 8 que, dans certains cas, les coefficients issus des

transformées classiques peuvent être représentés dans un formalisme analogue à celui des ondelettes. L'intérêt du passage d'une représentation à l'autre est le suivant : la vision par blocs permet un traitement local du signal (pour en mieux traiter les non-stationnarités), tandis que la vision par bandes de fréquences, ou sous-bandes, permet d'utiliser les redondances des signaux à l'intérieur et entre les bandes de fréquence. Le schéma de codage que nous proposons consiste en partie à utiliser conjointement ces deux visions, pour profiter simultanément de leurs avantages respectifs :

- d'une part la décomposition locale en bandes de fréquence uniformes,
- d'autre part la redondance entre sous-bandes, par réarrangement des données.

L'utilisation des redondances entre les bandes de fréquences pour la compression sera décrit dans les sections 8.2.2 à 8.2.4.

5.4. Vocabulaire et notations

L'objet de ce chapitre est de présenter les outils que nous avons choisis pour la compression des données sismiques. Il traite de bancs de filtres, de leurs propriétés et structures, qui les rendent utiles et performants pour la compression de données. On ne s'intéressera dans cette partie qu'à des signaux monodimensionnels. L'application des données à des signaux bidimensionnels est décrite au chapitre 8.

5.4.1. Vocabulaire

Dans la suite nous appellerons transformée toute transformation linéaire, qui sera représentée par une matrice P de taille $M \times L$, avec en général $M \leq L$. Quand $M = L$, on parlera de transformée par blocs, où les blocs sont formés de M échantillons, et de transformées à recouvrement sinon, les blocs étant alors formés de L échantillons. Ces blocs peuvent alors se recouvrir partiellement. Un banc de filtre à M canaux est un ensemble de M filtres possédant une entrée ou une sortie commune. Ce banc de filtres peut en outre contenir des opérateurs de retards et des opérateurs de sous- et de sur-échantillonnage, comme indiqué dans la partie gauche de la figure 5.2. Dans cette figure, les k_i représentent les facteurs de sous-échantillonnage (flèche descendante) et de sur-échantillonnage (flèche montante). Un sous-échantillonnage de facteur k_i consiste à conserver — en moyenne — un échantillon tous les k_i échantillons. Un sur-échantillonnage de facteur k_i consiste à introduire $k_i - 1$ échantillons nuls entre deux échantillons consécutifs en entrée. Nous utiliserons des facteurs k_i entiers, bien qu'il soit possible d'employer des nombres rationnels [Vai93, p. 109–111]. Un banc de filtre est dit « à échantillonnage critique » si, au moins en moyenne, il y a autant d'échantillons en sortie qu'en entrée. Dans le cas du banc de filtres de la figure 5.2, cela revient à imposer la condition suivante (en

supposant généralement que chacun des facteurs k_i divise la longueur N du signal d'entrée) :

$$\sum_{i=0}^{M-1} \frac{1}{k_i} = 1.$$

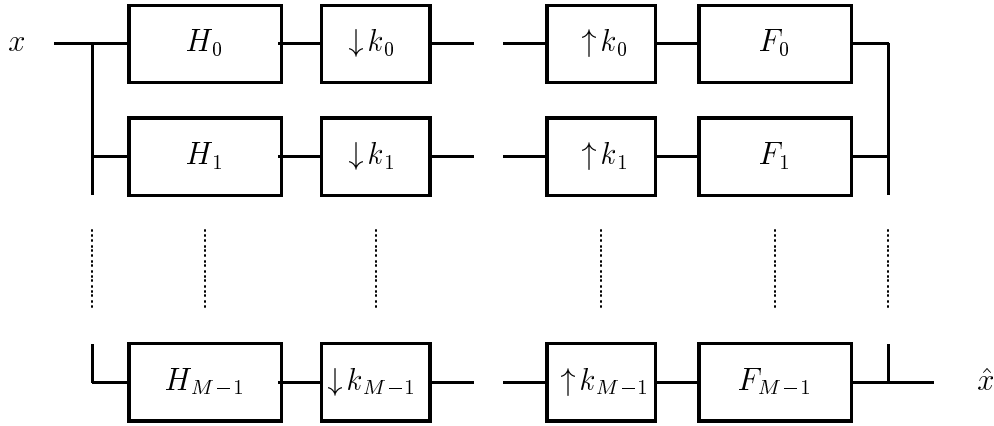


FIG. 5.2. – Système de bancs de filtres d'analyse et de synthèse.

Un banc de filtre est dit uniforme si les k_i sont tous égaux. Il est uniforme à échantillonnage critique quand les facteurs k_i sont tous égaux à $1/M$. Un système analyse/synthèse est formé des deux bancs de filtres de la figure 5.2. À un banc de filtres donné, nous associerons une matrice P dont les lignes sont formées des coefficients des filtres H_i , écrits dans l'ordre inverse.

Un filtre H est à phase linéaire au sens strict quand sa phase $\phi(\omega)$ est linéaire en ω . Dans le domaine des bancs de filtres, on utilise une définition plus large. Le filtre est dit à phase linéaire s'il peut s'écrire sous la forme :

$$H(e^{j\omega}) = ae^{-jb\omega} H_r(\omega),$$

où a est une constante complexe, b est une constante réelle et H_r une fonction réelle. Dans le cas des filtres à coefficients réels, cette condition se ramène à la symétrie des coefficients du filtre, c'est-à-dire $h_i(k) = h_i(L-k)$, ou à leur antisymétrie : $h_i(k) = -h_i(L-k)$. Un banc de filtres à coefficients réels est dit « à phase linéaire » si chacun des filtres le composant l'est. La linéarité de la phase est une condition souvent invoquée pour ne pas trop distordre la phase du signal.

5.4.2. Notations

Nous désignerons par l'indice « a » les éléments d'analyse d'un banc de filtre et par « s » ceux de synthèse, avec relâchement de cette contrainte dans les cas sans ambiguïté, en particulier quand les matrices sont identiques (dans les cas d'orthogonalité). Les notations choisies sont les suivantes : les matrices nulle et identité de taille $n \times n$ sont notées 0_n et I_n ,

tandis que la matrice nulle de taille $m \times n$ sera notée $0_{m,n}$. La matrice d'échange, ou coidentité, de taille $n \times n$ est notée J_n . Par exemple :

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice de décalage élémentaire $S_{N,M}$ de taille $N \times M$ est définie par

$$S_{N,M} = \begin{bmatrix} 0_{(N-1)M,M} & I_{(N-1)M} \\ 0_M & 0_{M,(N-1)M} \end{bmatrix}.$$

On peut alléger les notations en omettant les indices des matrices nulles. Les puissances successives de $S_{N,M}$, pour i compris entre 0 et N , sont les matrices

$$S_{N,M}^i = \begin{bmatrix} 0_{(N-i)M,iM} & I_{(N-i)M} \\ 0_{iM} & 0_{iM,(N-i)M} \end{bmatrix}.$$

Certains indices pourront être omis pour alléger les notations : le produit de matrices JU suppose que le nombre de colonnes de J est égal au nombre de lignes de la matrice U . La notation $[\cdot]^T$ représente la transposition d'un vecteur ou d'une matrice. Le symbole de Kronecker est noté $\delta(i)$; il est égal à 1 pour $i = 0$ et nul sinon. Les vecteurs seront écrits en en général en minuscules et les matrices, filtres et transformées en z en majuscules.

5.5. Transformées par blocs

La notion de codage par transformée est souvent associé au codage par blocs, à l'instar de celui réalisé dans le format JPEG (cf. sec. 4.1). Les transformées par blocs ont été utilisées en compression de données sismiques, dans les travaux de A. Spanias et de P. Waldemar notamment [SJS91, WRR97].

5.5.1. Formalisme matriciel

Nous utilisons pour introduire les transformées par blocs et les transformées à recouvrement un formalisme de « matrices infinies ». Il s'agit d'une notation pratique et intuitive plutôt que d'une notion mathématiquement rigoureuse. Les signaux discrets sont considérés dans un premier temps comme infinis eux aussi. L'utilisation de signaux de durée finie, et donc du traitement judicieux de ses extrémités, sera traitée plus loin à la section 8.1.2.

Considérons donc un signal discret x , d'extension infinie, que l'on segmente en blocs adjacents de $M = 8$ échantillons,

$$x = (\dots, x_{-1}^8, x_0^8, x_1^8, \dots, x_i^8, \dots).$$

Chaque bloc x_i^8 de 8 échantillons subit l'action d'une matrice T_a de taille $M \times M$, produisant 8 coefficients formant un bloc \tilde{x}_i^8 , donné par

$$\tilde{x}_i^8 = T_a x_i^8.$$

De manière analogue, on retourne dans le domaine de départ (celui de x) par une matrice T_s . Chaque bloc recouvré est $\tilde{\tilde{x}}_i^8$, donné par :

$$\tilde{\tilde{x}}_i^8 = T_s^T \tilde{x}_i^8.$$

Le signal \hat{x} effectivement reconstruit est composé des différents blocs $\tilde{\tilde{x}}_i^8$ juxtaposés, comme nous l'avons montré pour la transformée de Haar :

$$\hat{x} = (\dots, \tilde{\tilde{x}}_{-1}^8, \tilde{\tilde{x}}_0^8, \tilde{\tilde{x}}_1^8, \dots, \tilde{\tilde{x}}_i^8, \dots).$$

L'expression matricielle globale de la transformée T_a sur le signal x est donnée par la matrice infinie T_a^∞ , diagonale par blocs :

$$T_a^\infty = \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & T_a & & \\ & & T_a & \\ & & & T_a \\ 0 & & & & \ddots \end{bmatrix}.$$

La condition de reconstruction parfaite, qui assure que le signal reconstruit \hat{x} est identique au signal initial x , quel qu'il soit, est fournie par l'équation matricielle de reconstruction parfaite :

$$\hat{x} = (T_s^\infty)^T T_a^\infty x = x,$$

qui revient à rendre le produit matriciel égal à une matrice identité infinie :

$$(T_s^\infty)^T T_a^\infty = \begin{bmatrix} \ddots & & & & 0 \\ & I_M & & & \\ & & I_M & & \\ & & & I_M & \\ 0 & & & & \ddots \end{bmatrix}.$$

Dans le cas de matrices infinies diagonales par blocs, cette condition est évidemment strictement équivalente à une condition sur les matrices blocs :

$$(T_s^\infty)^T T_a^\infty = I^\infty \Leftrightarrow T_s^T T_a = I_M. \quad (5.2)$$

Le deuxième membre de l'équivalence 5.2 est l'équation de reconstruction parfaite (que nous abrègerons en ERP) par blocs. Dans le cas où l'on souhaite que les matrices T_a et T_s soient identiques, cette condition fournit la condition classique d'orthogonalité, que satisfont les transformées décrites dans les sections suivantes (transformée de Karhunen-Loève, en cosinus et de Walsh). Lorsque ces matrices sont différentes, on parlera de semiorthogonalité (appelée également, par calque de l'anglais, biorthogonalité). Dans le cas des transformées étendues, l'ERP s'exprimera différemment en général : les blocs ne seront plus forcément dissociés comme c'était le cas précédemment, et les matrices T_a^∞ et T_s^∞ ne seront plus diagonales par blocs de taille $M \times M$. Les différences seront décrites en détail au chapitre 6.1.2 dans une extension de la transformée de Haar, et de façon plus générale au chapitre 6.2.1.

5.5.2. Transformée de Karhunen-Loève

La transformée de Karhunen-Loève (en abrégé TKL), ou de Hotelling, est une transformée de référence en statistiques, mais également pour le traitement et la compression de signaux. Son emploi est motivé par la volonté de décorréler les signaux avant le codage proprement dit, afin de réduire la redondance. Soit $x(n)$ un signal de N échantillons, centré. Nous considérons ici que le signal est aléatoire, et l'on définit sa matrice d'autocorrélation par :

$$R_x = E(xx^T). \quad (5.3)$$

Nous supposons que le signal est ergodique, et que l'on peut estimer la matrice R_x par une moyenne temporelle.

La matrice R_x est une matrice de Toeplitz, symétrique et positive semi-définie. On en déduit qu'elle est diagonalisable, et que ses valeurs propres sont réelles, positives ou nulles. On note v_0, \dots, v_{N-1} et $\lambda_0, \dots, \lambda_{N-1}$ les vecteurs propres normalisés et les valeurs propres de R_x , respectivement. On peut supposer que les valeurs propres sont classées de manière

décroissante :

$$\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{N-1}.$$

La TKL discrète K_L a pour lignes les vecteurs propres v_0, \dots, v_{N-1} . Le signal transformé $\tilde{x} = K_L x$ a pour matrice d'autocorrélation :

$$R_{\tilde{x}} = E(\tilde{x}\tilde{x}^T) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{N-1} \end{bmatrix}.$$

La matrice K_L est orthogonale, et les vecteurs propres v_i sont soit symétriques, soit antisymétriques. Cette propriété est partagée par les matrices qui sont symétriques par rapport à la première diagonale (symétrie classique) et également par rapport à leur centre (centro- ou persymétrie). A. Cantoni et P. Butler en donnent la démonstration dans [CB76]. On peut cependant illustrer intuitivement ce résultat dans le cas où toutes les valeurs propres sont distinctes. En effet, si v et λ sont un couple de vecteur/valeur propres, alors par définition $K_L v = \lambda v$. On note J la matrice de coidentité de rang N . La double symétrie de K s'exprime par les relations $K_L = K_L^T$ et $JK_L J = K_L$. On en déduit que $K_L(Jv) = \lambda(Jv)$. Par conséquent, le vecteur Jv est également vecteur propre de K_L pour la valeur propre λ . Si l'on choisit un vecteur v normalisé, comme les valeurs propres sont toutes distinctes, les seules solutions possibles sont : $Jv = v$ ou bien $Jv = -v$, donc le vecteur v est bien symétrique ou antisymétrique.

Il est même possible de démontrer que si N est pair, il y aura exactement $N/2$ vecteurs symétriques et autant d'antisymétriques. Loin d'être anecdotique, cette propriété nous servira pour construire d'autres bases, en employant cette propriété.

L'intérêt principal de cette transformation est qu'elle décorrèle le signal et qu'elle peut être interprétée comme une décomposition du signal sur un sous-espace-signal et un sous-espace-bruit. L'expérience montre que, pour de nombreux signaux utiles, les valeurs des λ_i décroissent assez rapidement, et que les plus importantes suffisent à fournir une approximation raisonnable du signal. Cette transformée est souvent dite « optimale² ». Elle l'est en particulier parmi les transformées orthogonales, pour des classes de signaux possédant les mêmes statistiques de second ordre et pour un critère d'erreur quadratique moyenne [AS69]. L'ouvrage de Gersho et Gray [GG92, p. 240 sq.] détaille sous quelles conditions il est possible de qualifier la TKL d'optimale. Par exemple, pour des signaux gaussiens, si la quantification est optimale au sens des moindres carrés, et dans une hypothèse d'allocation optimale des bits, alors la TKL est

² « KLT ... is [the] best unitary transform », [Vai93, p. 324].

optimale au sens de la distorsion en moyenne quadratique [GG92, p. 241].

La TKL possède quelques inconvénients, si bien qu'elle est rarement utilisée pour la compression de signaux :

- son volume de calcul reste important, par défaut d'algorithmes rapides. Dans le cas d'images, il faut envisager son calcul pour les lignes et les colonnes, qui ne partagent pas *a priori* les mêmes valeurs et vecteurs propres ;
- son calcul doit être effectué dès que les statistiques de second ordre des signaux changent, et de plus son optimalité théorique est affectée par l'estimation de la matrice de corrélation, souvent entachée d'imprécision, de biais, etc. ;
- la reconstruction requiert la connaissance des vecteurs propres, que l'on doit coder pour comprimer effectivement les signaux, quand leurs statistiques diffèrent ;
- les hypothèses sous lesquelles son optimalité est établie ne sont pas forcément respectées par les signaux ou par les mesures d'erreurs choisies (si l'on considère une norme non quadratique) et, dès lors, l'optimalité théorique n'a plus grand intérêt pratique ;
- les transformations non-orthogonales peuvent d'ailleurs présenter une meilleure optimalité théorique que la TKL [AR95].

Dès lors, on préfère en pratique rechercher des transformées capables de fournir de bonnes approximations de la TKL, ou simplement capables de décorrélérer le signal, et possédant des algorithmes rapides. Parmi les transformées candidates à ce rôle, on trouve les transformées discrètes en cosinus, dont un exemple est le sujet du chapitre suivant. D'autres candidates (transformées en ondelettes discrètes, transformées à recouvrement) seront étudiées plus loin, au long du chapitre 6.2. Sous certaines conditions, ces transformées jouissent souvent de propriétés d'optimalité asymptotique, par rapport à la TKL.

5.5.3. Transformées discrètes en cosinus

D'après G. Strang, la transformée discrète en cosinus (TDC) n'a été découverte qu'en 1974 par N. Ahmed *et al.* [ANR74], mais a connu un vif succès dans les domaines du traitement du signal et de l'image. Nous renvoyons vers ce dernier article, l'ouvrage de K. Rao et P. Yip [RY90] et celui de G. Strang [Str99] pour plus de détails techniques et historiques sur les différents types de TDC. Nous souhaitons cependant introduire ici un type de TDC particulier qui nous servira ultérieurement, connu sous le nom de TDC-II, et qui est utilisé dans le format JPEG³.

Cette transformée est définie par la matrice D_M^{II} d'éléments :

³Le format JPEG est décrit avec tous les détails nécessaires dans l'ouvrage de Pennebaker et Mitchell [PM93], et résumé dans l'ouvrage édité par P. Topiwala [Top98, p. 73–75], qui offre de plus un état de l'art très instructif sur la compression d'images et de la vidéo. Nous le décrivons de façon simplifiée dans la section 4.1.

$$d_{ij}^{II} = c_i \sqrt{\frac{2}{M}} \cos \left[\frac{i(2j+1)\pi}{2M} \right] \begin{cases} c_0 = 1/\sqrt{2}, \\ c_i = 1 \quad i \geq 1. \end{cases}$$

La matrice D_M^{II} ainsi définie est orthogonale, propriété dont G. Strang [Str99] donne une élégante démonstration, ainsi que la construction de différents types de TDC, par discrétisation d'un problème continu. Le cas particulier $M = 2$ redonne la transformée de Haar décrite en 5.2. Les vecteurs de base de cette TDC sont ici disposés en ligne dans la matrice D_M^{II} , de manière analogue aux bases de la transformée de Haar. L'allure des vecteurs de base est représentée dans la figure 5.3 (a). Les vecteurs de la TDC sont alternativement symétriques et antisymétriques, propriété que possèdent également les vecteurs propres de la transformée de Karhunen-Loève (cf. 5.5.2). Cette propriété va influencer nos choix ultérieurs de bases de décomposition.

Les TDC jouissent d'une forte popularité en traitement du signal. Celle-ci est due en partie :

- à leur interprétation possible en termes de « fréquences », à la manière de la transformée de Fourier⁴ ;
- à leur utilisation dans de nombreux formats et algorithmes de compression d'images (de type JPEG, MPEG et dans certaines méthodes de transformées locales en cosinus, par repliement) ;
- à l'existence d'algorithmes rapides pour les transformées directe et inverse et à la disponibilité de processeurs les implémentant.

N. Ahmed *et al.* [ANR74] montrent de plus que la TDC approche très bien les résultats obtenus avec la TKL, en reconnaissance de forme et pour le filtrage de Wiener. Certains travaux démontrent même son optimalité — en un sens asymptotique — par rapport à la transformée de Karhunen-Loève, pour des processus markoviens du premier ordre. On peut en trouver la démonstration dans [JN84]. Un travail plus récent de J. Moura *et al.* [MB98] montre par ailleurs que la TDC diagonalise exactement certains processus markoviens.

5.5.4. Transformée de Walsh

La transformée de Walsh peut être vue comme une version simplifiée de la transformée de Fourier discrète, où les noyaux $e^{-j2\pi f/N}$ sont remplacés par les valeurs 1 ou -1. Comme elle peut employer les algorithmes de transformée de Fourier rapide, qu'elle est réelle et ne

⁴Il est probablement impropre de parler ici de fréquences. En premier lieu, la notion de « fréquence » pour la TCD ne coïncide pas entièrement avec celles définies par la transformée de Fourier. Deuxièmement, l'interprétation en termes de fréquences est sujette à caution pour les transformées portant sur un faible nombre d'échantillons. Le terme de « cycle » pourrait être plus adéquat, mais il est d'usage moins courant. En outre, la transformée de Walsh, décrite à la section 5.5.4, s'interprète en tant que séquences, et non fréquences. Nous commettrons cependant cet abus de langage.

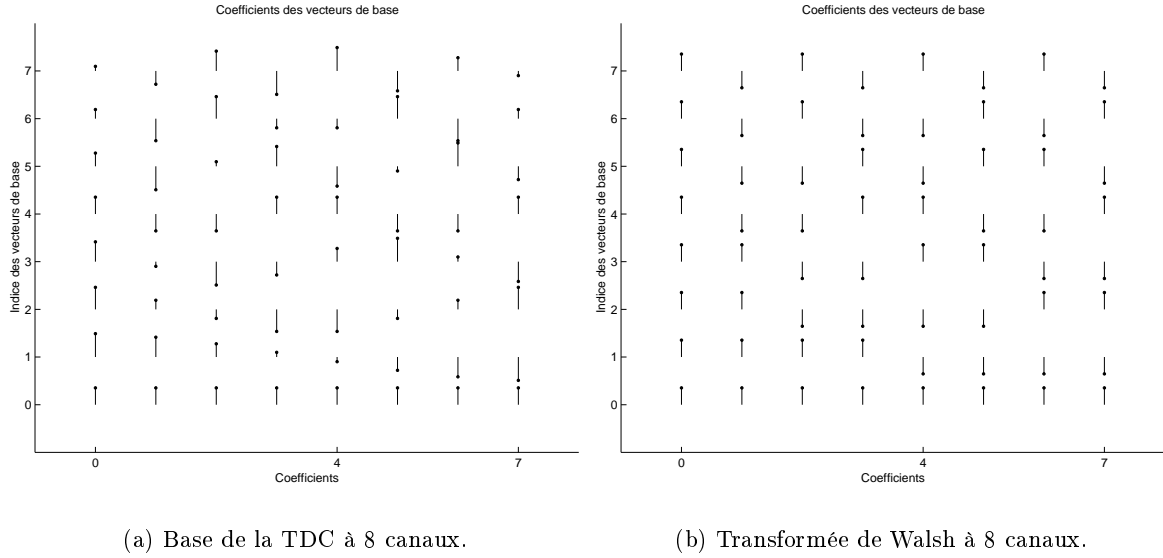


FIG. 5.3. – Base de la transformée discrète en cosinus (a) et de la transformée discrète de Walsh (b) à 8 canaux.

requiert pas de multiplication, elle est plus rapide à calculer sur des processeurs dans lesquels la multiplication est plus coûteuse que l'addition. Les calculs peuvent de plus être réalisés intégralement en entier pour des données entières, alors que ce n'est pas le cas pour les transformées de Fourier ou en cosinus. Les vecteurs de base d'une transformée de Walsh à 8 canaux sont représentés dans la figure 5.3 (b).

La transformée de Walsh possède des analogues, obtenues par permutation des vecteurs de base. Ce sont les transformées de Paley et Hadamard. Elles peuvent être obtenues à partir de la transformée de Haar. Ces transformées ont été employées pour le filtrage de données en sismique par D. Gubbins *et al.* [GSW71]. Elles l'ont également été pour la compression des données sismiques dans les premiers articles sur le sujet, et plus récemment par S. Stearns *et al.* [Boi75, Woo74, SJS91]. Elles sont désormais rarement utilisées en compression de données, en partie à cause de leur forme crénelée peu naturelle. Nous avons cependant observé qu'elles pouvaient produire des résultats intéressants pour la compression de données sismiques. Nous renvoyons à l'ouvrage de K. Beauchamp [Bea75] pour une analyse détaillée de la théorie et des applications de la transformée de Walsh.

5.5.5. Limitations des transformées par blocs

Parmi les motivations d'emploi des transformées par blocs, on retrouve la possibilité de transformer le signal par blocs indépendants de faible taille. Cette segmentation permet :

- de simplifier la gestion des calculs ;
- de profiter de l'hypothèse que les signaux d'intérêt commun (parole, images, signaux

sismiques) peuvent être considérés comme localement stationnaires.

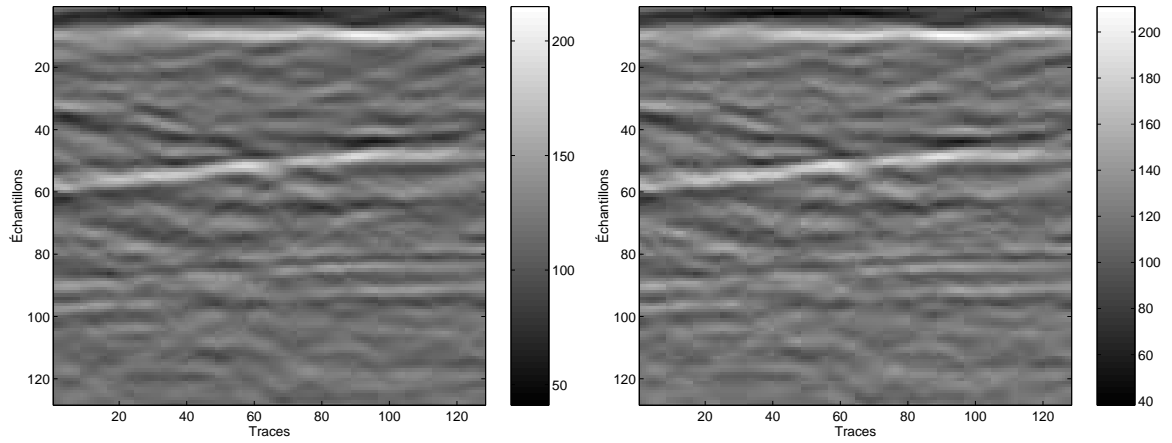
Cependant, les techniques classiques de compression emploient également un seuillage et une quantification des coefficients, qui produisent deux effets principaux :

- une quantification indépendante de la composante continue du signal et des coefficients basse-fréquence peut induire un effet de blocs ou de damier. Cet effet peut s'observer en particulier quand la transition entre deux blocs adjacents devient visible ; le motif de la décomposition en blocs, c'est-à-dire les frontières inter-blocs, apparaît alors, comme le montre la figure 5.4. Les discontinuités brutales alors introduites dans une trace sismique sont gênantes pour le traitement sismique.
- une quantification des coefficients haute-fréquence peut induire des phénomènes analogues à ceux de Gibbs, dits effets d'annelage (*ringing artifacts*). Si le signal est segmenté en blocs disjoints de petite taille, ces effets sont souvent peu perceptibles. Les effets d'annelage, s'ils sont plus étendus, peuvent perturber l'analyse des signaux sismiques, en introduisant des oscillations qui n'existent pas à l'origine.

Les trois approches classiques pour réduire les effets de blocs consistent à :

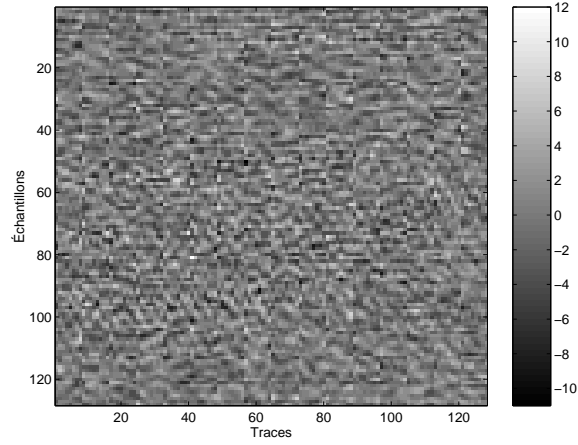
1. modifier le principe de décomposition par blocs, en permettant des chevauchements ou recouvrements, ou en choisissant des bases de projection de tailles différentes, ce que proposent les transformées à recouvrement ou les ondelettes, et que nous présentons dans le chapitre suivant ;
2. ne plus quantifier ou coder les coefficients de manière indépendante ;
3. post-traiter les données comprimées, pour atténuer les frontières entre blocs.

Dans le chapitre suivant, nous étudierons la première approche, par le biais des transformées étendues et des ondelettes, permettant de tirer parti de la cohérence entre des blocs adjacents. Une manière de résoudre la seconde approche sera proposée dans le chapitre 8, où nous parlerons de la façon dont nous codons et représentons les coefficients. La troisième est parfois employée pour le traitement d'images naturelles ou médicales. Nous n'en parlons pas ici, car ce type de méthodes conduit souvent à lisser les effets de blocs, produisant une image subjectivement plus agréable, mais souvent plus dégradée, ce que nous ne souhaitons pas *a priori* pour les données sismiques. En effet, l'importance de la qualité visuelle des données sismiques tend à décroître [DEP00] au profit d'analyses plus quantitatives ou d'interprétation assistée par ordinateur. Nous proposons dans la suite des méthodes permettant d'introduire des recouvrements entre les blocs de données.



(a) Section sommée.

(b) Section après compression à 21 : 1.



(c) Différence entre les deux sections.

FIG. 5.4. – Effets de blocs : section sommée (a), section comprimée à 21 : 1 (b) et section-différence (c).

6. Bancs de filtres et transformées étendues

Motivations :

La motivation principale de ce chapitre est la présentation des bancs de filtres et des transformées que nous utiliserons. Les transformées dites « étendues » forment un sous-ensemble de l'ensemble des transformées avec recouvrement, et de l'ensemble des bancs de filtres. La classe des transformées étendues que nous définissons inclut certaines transformées en ondelettes, les transformées discrètes en cosinus et de Walsh définies au chapitre précédent, les transformées orthogonales à recouvrement de H. Malvar (plus connues sous le nom de LOT), jusqu'aux transformées semiorthogonales à recouvrement.

Nous présentons enfin les liens qui existent entre les bancs de filtres et les transformées étendues, afin de simplifier la construction et l'optimisation de ces transformées étendues, grâce à leur paramétrisation.

Résumé :

L'emploi des transformées étendues est motivé par une double volonté :

- tenir compte des caractéristiques locales des signaux ;
- adapter nos techniques de compression à certaines autres propriétés des signaux, afin « d'optimiser » le résultat de la compression.

Pour introduire la notion de recouvrement, nous partons de la transformée de Haar. Nous l'exprimons sous forme de transformée classique et de banc de filtres. Nous en déduisons une extension, que nous appellerons « transformée de biHaar », qui est en même temps une transformée étendue. Nous illustrons l'utilité du recouvrement par la compression de signaux synthétiques et d'une trace sismique en utilisant cette transformée de biHaar.

Nous détaillons ensuite le formalisme polyphase qui permet :

- d'exprimer plus simplement les équations de reconstruction parfaite ;
- de décrire les transformées étendues de manière homogène ;
- de mettre en évidence les paramètres à adapter, pour l'optimisation des transformées étendues en fonction des caractéristiques des signaux.

Nous détaillons quelques types de transformées étendues. Nous introduisons les transformées orthogonales et semiorthogonales de H. Malvar, en motivant l'emploi de ce type de trans-

formées. Nous détaillerons ensuite les généralisations de ces transformées, développées entre autres par T. Nguyen, T. Tran *et al.* Ces dernières sont celles des transformées étendues dont nous ferons le plus usage. Une fois leur structure décrite, nous détaillons la paramétrisation générale de ces transformées, sous forme de produit de matrices de rotations et de retards, que nous utiliserons pour leur optimisation. Ce chapitre se conclut par quelques exemples de bases avec et sans recouvrement pour la droite discrète, matérialisant le recouvrement des blocs de signaux.

6.1. Introduction à la notion de transformée étendue

Nous allons construire dans ce chapitre une transformée (que nous appellerons biHaar), qui munit la transformée de Haar de recouvrement. Son emploi permet d'illustrer le potentiel de la notion de recouvrement pour la compression. Le second objet de ce chapitre est d'introduire de manière pratique le principe de recouvrement, dans le cas relativement simple d'une structure de banc de filtres à deux canaux. L'exposé détaillé des résultats dans ce cas simplifié permettra de généraliser plus facilement les notions de recouvrement, à la section 6.2, et la formulation polyphase, à la section 6.2.2.

6.1.1. Transformées étendues à deux canaux

L'objectif de ce chapitre est de trouver les ERP (équations de reconstruction parfaite) pour un banc de deux filtres de quatre coefficients chacun, représenté dans la figure 6.1.

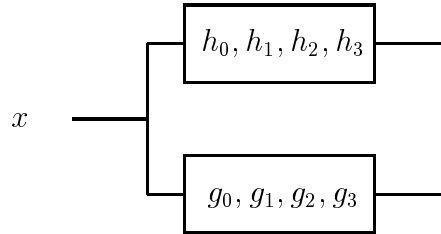


FIG. 6.1. – Exemple de banc de filtres à deux canaux et quatre coefficients.

L'unité de traitement est ici un bloc b_0 de quatre échantillons de signal, $[x_0 x_1 x_2 x_3]^T$, formé des deux blocs élémentaires $b_{e0} = [x_0 x_1]^T$ et $b_{e1} = [x_2 x_3]^T$. Le banc de filtres d'analyse est représenté par une matrice P_a de taille 2×4 . On analyse son action sur chacun des blocs élémentaires en la décomposant en deux matrices carrées P_{a0} et P_{a1} :

$$P_a = \begin{bmatrix} h_3 & h_2 & h_1 & h_0 \\ g_3 & g_2 & g_1 & g_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{a0} & P_{a1} \end{bmatrix}.$$

On peut, pour fixer les idées, imaginer que la première ligne de P_a correspond à un filtre passe-bas, et la deuxième à un filtre passe-haut. L'opération élémentaire est la suivante : on

applique P_a au bloc b_0 , ce qui fournit deux coefficients $\tilde{x}_{00}\tilde{x}_{01}$. Si on exprime la matrice de synthèse de la même manière, elle est représentée par

$$P_s = \begin{bmatrix} P_{s0} & P_{s1} \end{bmatrix}.$$

On applique alors P_s^T aux deux coefficients $\tilde{x}_{00}\tilde{x}_{01}$, pour recouvrer quatre échantillons $\tilde{\tilde{x}}_{00}\tilde{\tilde{x}}_{01}\tilde{\tilde{x}}_{02}\tilde{\tilde{x}}_{03}$. En notation matricielle, cette opération s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\tilde{x}}_{00} \\ \tilde{\tilde{x}}_{01} \\ \tilde{\tilde{x}}_{02} \\ \tilde{\tilde{x}}_{03} \end{bmatrix} = P_s^T \begin{bmatrix} \tilde{x}_{00} \\ \tilde{x}_{01} \end{bmatrix} = P_s^T P_a \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

Le rang de la matrice $P_s^T P_a$ est inférieur à 2, comme produit de matrices de rang inférieur à deux, on ne peut donc pas recouvrer exactement le bloc b_0 *a priori*. Ce problème est résolu par la technique de recouvrement. Elle consiste à réitérer l'opération décrite précédemment, non pas sur un bloc adjacent au bloc b_0 , mais sur un bloc qui le recouvre d'un bloc élémentaire de deux échantillons. On appelle b_1 le bloc formé de $x_2x_3x_4x_5$. On obtient de manière analogue :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\tilde{x}}_{12} \\ \tilde{\tilde{x}}_{13} \\ \tilde{\tilde{x}}_{14} \\ \tilde{\tilde{x}}_{15} \end{bmatrix} = P_s^T P_a \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}.$$

Les échantillons x_2 et x_3 sont pris en compte deux fois : une première fois dans le bloc b_0 et une seconde dans le bloc b_1 . On choisit alors de reconstruire un signal \hat{x} en additionnant les deux contributions élémentaires. Le bloc élémentaire recouvert $\hat{x}_2\hat{x}_3$ est alors obtenu par la somme des blocs $\tilde{\tilde{x}}_{02}\tilde{\tilde{x}}_{03}$ et $\tilde{\tilde{x}}_{12}\tilde{\tilde{x}}_{13}$. La figure 6.2 décrit ce principe de façon générale. On peut la mettre en correspondance avec la figure 5.1 qui décrivait le principe de décomposition par blocs. La matrice P_a agit ici sur des blocs de 4 échantillons se recouvrant partiellement. Les points \hat{x} matérialisés en bleu et rouge proviennent de la somme des contributions d'un bloc bleu et du bloc rouge suivant.

Comme nous souhaitons une reconstruction parfaite, nous imposons que le bloc $\hat{x}_2\hat{x}_3$ soit identique au bloc x_2x_3 , ce qui induit quelques conditions sur les matrices P_a et P_s . L'équation sur les échantillons est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\tilde{x}}_{02} \\ \tilde{\tilde{x}}_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\tilde{x}}_{12} \\ \tilde{\tilde{x}}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

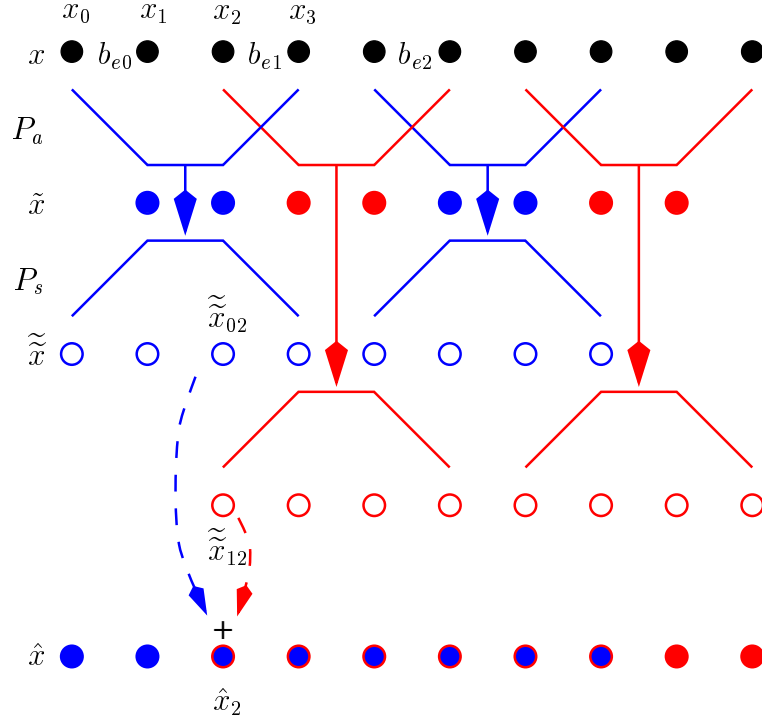


FIG. 6.2. – Transformée par blocs à deux canaux avec recouvrement.

Nous identifions quatre sous-blocs pour la matrice produit $P_s^T P_a$:

$$P_s^T P_a = \begin{bmatrix} P_{s0}^T P_{a0} & P_{s0}^T P_{a1} \\ P_{s1}^T P_{a0} & P_{s1}^T P_{a1} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} P_{s0a0} & P_{s0a1} \\ P_{s1a0} & P_{s1a1} \end{bmatrix}.$$

Quelques manipulations algébriques montrent que la reconstruction parfaite se traduit sur les blocs élémentaires par l'équation :

$$\begin{bmatrix} P_{s1a0} & P_{s1a1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{e0} \\ b_{e1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{s0a0} & P_{s0a1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{e1} \\ b_{e2} \end{bmatrix} = b_{e1}. \quad (6.1)$$

L'équation 6.1 fait intervenir les blocs élémentaires b_{e0} , b_{e1} , b_{e2} . Nous souhaitons que cette équation soit vérifiée quels que soient les blocs élémentaires. Cette condition se reformule de la façon suivante :

$$\begin{cases} P_{s1a0} &= 0_2, \\ P_{s1a1} + P_{s0a0} &= I_2, \\ P_{s0a1} &= 0_2. \end{cases} \quad (6.2)$$

Ce jeu d'équations, indépendant du signal x , forme les équations de reconstruction parfaite (ERP). Dans ces conditions, comme chaque bloc élémentaire est parfaitement recouvert, l'ensemble du signal x l'est également. On peut encore écrire ces équations sous la forme suivante :

$$\sum_{i=0}^{1-j} P_{s,i}^T P_{a,i+j} = \sum_{i=0}^{1-j} P_{s,i+j}^T P_{a,i} = \delta(j) I_2, \quad (6.3)$$

où l'indice j peut prendre la valeur 0 (partie centrale de l'équation 6.2) ou 1 (parties extrêmes de l'équation 6.2). La partie centrale de l'équation 6.2 correspond à une forme « de semiorthogonalité élémentaire » des matrices P_a et P_s , bien que non carrées, sous la forme :

$$P_s P_a^T = I_2,$$

tandis que les deux autres équations correspondent à la semiorthogonalité des recouvrements, c'est-à-dire des portions de blocs qui se chevauchent, comme on peut le voir en effectuant le produit terme à terme des matrices infinies :

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & & 0 \\ P_{s1}^T & P_{s0}^T & & & \\ & P_{s1}^T & P_{s0}^T & & \\ & & P_{s1}^T & P_{s0}^T & \\ 0 & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddots & \ddots & & & 0 \\ & P_{a0} & P_{a1} & & \\ & & P_{a0} & P_{a1} & \\ & & & P_{a0} & P_{a1} \\ 0 & & & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & 0 \\ & I_M & & & \\ & & I_M & & \\ & & & I_M & \\ 0 & & & & \ddots \end{bmatrix}.$$

Une autre formulation plus compacte consiste à utiliser la matrice de décalage $S = S_{2,4}$ introduite au chapitre 5.4.2. Il s'agit de la formulation que l'on peut trouver chez H. Malvar [Mal92]. On observe que la matrice S opère un décalage de la matrice $\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} S = \begin{bmatrix} 0 & A \end{bmatrix}.$$

On peut alors exprimer l'équation 6.3 par :

$$P_s S^j P_a^T = P_a S^j P_s^T = \delta(j) I_2,$$

l'indice j pouvant prendre les valeurs 0 ou 1. On obtient un cas particulier de cette équation en choisissant :

$$P_a = P_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

et on retrouve alors la transformée de Haar, orthogonale, avec des recouvrements triviaux, qui n'ont aucun impact sur la transformée globale, car les chevauchements sont affectés de coefficients nuls. Quelques manipulations matricielles permettent de voir que si l'on impose à la fois l'orthogonalité des filtres et la phase linéaire, il n'y aura que deux coefficients non nuls dans chaque ligne de la matrice P_a . En conséquence, on ne pourra pas construire avec cette structure à quatre coefficients un banc de deux filtres orthogonaux à phase linéaire autre que le banc de filtre de Haar (sec. 5.2). Cette constatation est plus générale : une paire de filtres orthogonaux à réponse impulsionnelle finie (RIF) — donc à reconstruction parfaite — peut comporter au plus deux coefficients non nuls. Une démonstration en est donnée dans le livre de G. Strang et T. Nguyen [SN96, p. 152] ou dans celui d'I. Daubechies [Dau92, p. 252]. En conséquence, si l'on veut conserver la linéarité des phases, on doit abandonner l'orthogonalité, tant que l'on s'intéresse à des transformées monodimensionnelles. On peut alors relâcher la contrainte d'orthogonalité et employer par exemple la semiorthogonalité.

On peut enfin remarquer qu'accroître le nombre de filtres est un facteur de souplesse : un banc dégénéré contenant un unique filtre RIF inversible ne peut posséder qu'un coefficient non nul ; ce ne peut être qu'un filtre à retard, qui n'apporte rien en termes de compression. Par contre, un banc de deux filtres RIF inversible peut avoir deux coefficients non nuls par filtre, comme celui de Haar. Accroître le nombre de filtres d'un banc permettra de satisfaire à la fois les conditions d'orthogonalité et de phase linéaire, comme nous le verrons dans la section 6.2.4.

6.1.2. Transformée de biHaar, introduction

Nous n'avons pas trouvé dans la littérature d'exemple pratique et simple de transformée étendue. En s'imposant la structure décrite au paragraphe précédent, et en conservant des filtres à phase linéaire, on peut construire l'exemple non trivial suivant, que l'on appellera « transformée de biHaar » : on note $a = 1/2\sqrt{2}$ et on construit les deux matrices :

$$P_a = \begin{bmatrix} a - 1/2 & a + 1/2 & a + 1/2 & a - 1/2 \\ a - 1/2 & a + 1/2 & -a - 1/2 & -a + 1/2 \end{bmatrix},$$

$$P_s = \begin{bmatrix} a - 1/4 & a + 1/4 & a + 1/4 & a - 1/4 \\ a - 1/4 & a + 1/4 & -a - 1/4 & -a + 1/4 \end{bmatrix}.$$

Ces matrices ne sont bien sûr pas orthogonales. Numériquement, nous avons :

$$P_a \simeq \begin{bmatrix} -0,1464 & 0,8536 & 0,8536 & -0,1464 \\ -0,1464 & 0,8536 & -0,8536 & 0,1464 \end{bmatrix},$$

$$P_s \simeq \begin{bmatrix} 0,1036 & 0,6036 & 0,6036 & 0,1036 \\ 0,1036 & 0,6036 & -0,6036 & -0,1036 \end{bmatrix}.$$

Les termes extrêmes des deux matrices, 0,1464 et 0,1036, sont assez faibles par rapport aux termes centraux. Si on les néglige, les parties centrales de P_a et P_s ressemblent toutes deux à une matrice de Haar, à un coefficient multiplicatif près. En d'autres termes, les matrices P_a et P_s sont proches d'une matrice de Haar munie de recouvrements nuls, sous la forme :

$$H_+ \simeq \begin{bmatrix} 0 & 0,7071 & 0,7071 & 0 \\ 0 & 0,7071 & -0,7071 & 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice H_+ vérifie les ERP 6.2. On peut d'ores et déjà observer que le support des transformées, appliquées bloc par bloc, va s'étendre au-delà de celui du signal. Nous devons donc réserver un traitement particulier aux échantillons situés aux extrémités du signal. Le choix des extensions au signal sera décrit au chapitre 8.1.2. Le calcul direct permet de vérifier que les deux matrices P_a et P_s vérifient également les ERP 6.2. Il est cependant plus facile de l'observer sur une représentation compacte de la transformée de biHaar.

6.1.3. Transformée de biHaar, représentation compacte

La structure de P_a présente des symétries et antisymétries permettant de la représenter à partir du seul vecteur $\bar{a} = \begin{bmatrix} a - 1/2 & a + 1/2 \end{bmatrix}$. La matrice J_2 est la matrice coidentité définie à la section 5.4.2. On peut écrire la matrice P_a sous la forme plus condensée :

$$P_a = \begin{bmatrix} \bar{a} & \bar{a}J_2 \\ \bar{a} & -\bar{a}J_2 \end{bmatrix}.$$

Nous voyons de surcroît que le vecteur \bar{a} fait apparaître les vecteurs de la transformée de Haar

sous la forme :

$$\bar{a} = \frac{1}{2} \left(h_0 - \sqrt{2}h_1 \right).$$

De manière analogue, en isolant le vecteur \bar{s} défini par :

$$\bar{s} = \frac{1}{2} \left(h_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}h_1 \right),$$

il est possible de représenter P_s sous la forme simplifiée :

$$P_s = \begin{bmatrix} \bar{s} & \bar{s}J_2 \\ \bar{s} & -\bar{s}J_2 \end{bmatrix}.$$

La semiorthogonalité des matrices P_a et P_s est plus facile à vérifier sous cette forme, en raison des relations entre les vecteurs \bar{a} et \bar{s} , grâce à des identités telles que $\bar{s}\bar{a}^T = 1/2$. On observe de plus que P_a et P_s sont formées d'un bloc supérieur symétrique et d'un bloc inférieur antisymétrique. Nous utiliserons une structure analogue pour les transformées étendues à phase linéaire, orthogonales, aux chapitres 6.2.4 et 6.2.6, ou semiorthogonales, aux chapitres 6.2.5 et 6.2.7.

6.1.4. Comparaison des transformées de Haar et de biHaar

Pour montrer l'intérêt d'introduire la notion de recouvrement, nous avons testé les effets de la quantification sur différents signaux, en utilisant les transformées de Haar et de biHaar. Les graphiques à gauche de la figure 6.3 représentent quatre signaux de référence. Ils sont comprimés avec pertes en utilisant les transformées de Haar et de biHaar et différents pas de quantification, indiqués en abscisse. Les graphiques de droite indiquent le rapport signal/bruit (RSB) obtenu entre chaque signal de référence x et le signal correspondant après décompression x_r . Le RSB calculé est celui introduit à la section 3.7.1. Son expression est

$$\text{RSB} = 20 \log_{10} \|x - x_r\|_2 / \|x\|_2.$$

La valeur numérique du RSB n'est pas vraiment importante ici. Nous nous intéressons à la position relative des RSB pour la transformée de Haar et celle de biHaar. Un RSB supérieur indique qu'une transformée est meilleure que l'autre au sens de l'erreur quadratique, les schémas de quantification étant identiques.

Les signaux utilisés sont respectivement linéaire, quadratique, sinusoïdal, auxquels nous avons ajouté un signal sismique. La courbe noire discontinue correspond à l'utilisation de la transformée de Haar, la bleue continue à celle de biHaar. Pour la plupart des pas de quantification, on peut observer l'utilité des recouvrements : le rapport signal/bruit est le plus souvent en faveur de la transformée de biHaar. Les effets de la quantification aux frontières

de blocs sont en quelque sorte amortis par l'emprunt d'échantillons aux blocs adjacents. En conséquence, l'utilisation de recouvrements permet non seulement d'espérer une réduction des effets de blocs décrits au chapitre précédent, mais aussi une amélioration de la mesure objective d'erreur. Nous faisons cette constatation pour des signaux à variations relativement lentes. Dans ce cas précis, la transformée de biHaar n'est pas très différente de celle de Haar, et aucune des deux n'est ni très bonne, ni optimisée pour les signaux considérés. La compression de la fonction linéaire montre que la transformée de Haar est meilleure que celle de biHaar aux environs d'un pas de quantification de 4. Une analyse plus précise permet d'expliquer cette anomalie, liée à l'incrément entre deux échantillons successifs, correspondant à la pente de la portion de droite, ici de 5. La transformée de Haar opère par moyenne/différence. Le pas de 4 correspond approximativement à la différence entre deux échantillons successifs divisée par $\sqrt{2}$. Pour cette valeur, la différence entre deux échantillons consécutifs avec la transformée de Haar est presque presque parfaitement quantifiée. Avec la transformée de biHaar, l'opération passe-haut effectuée sur quatre échantillons successifs donne un résultat proche de 1, ce qui induit une erreur de quantification plus importante, si bien que la transformée de Haar est mieux adaptée dans ce cas précis.

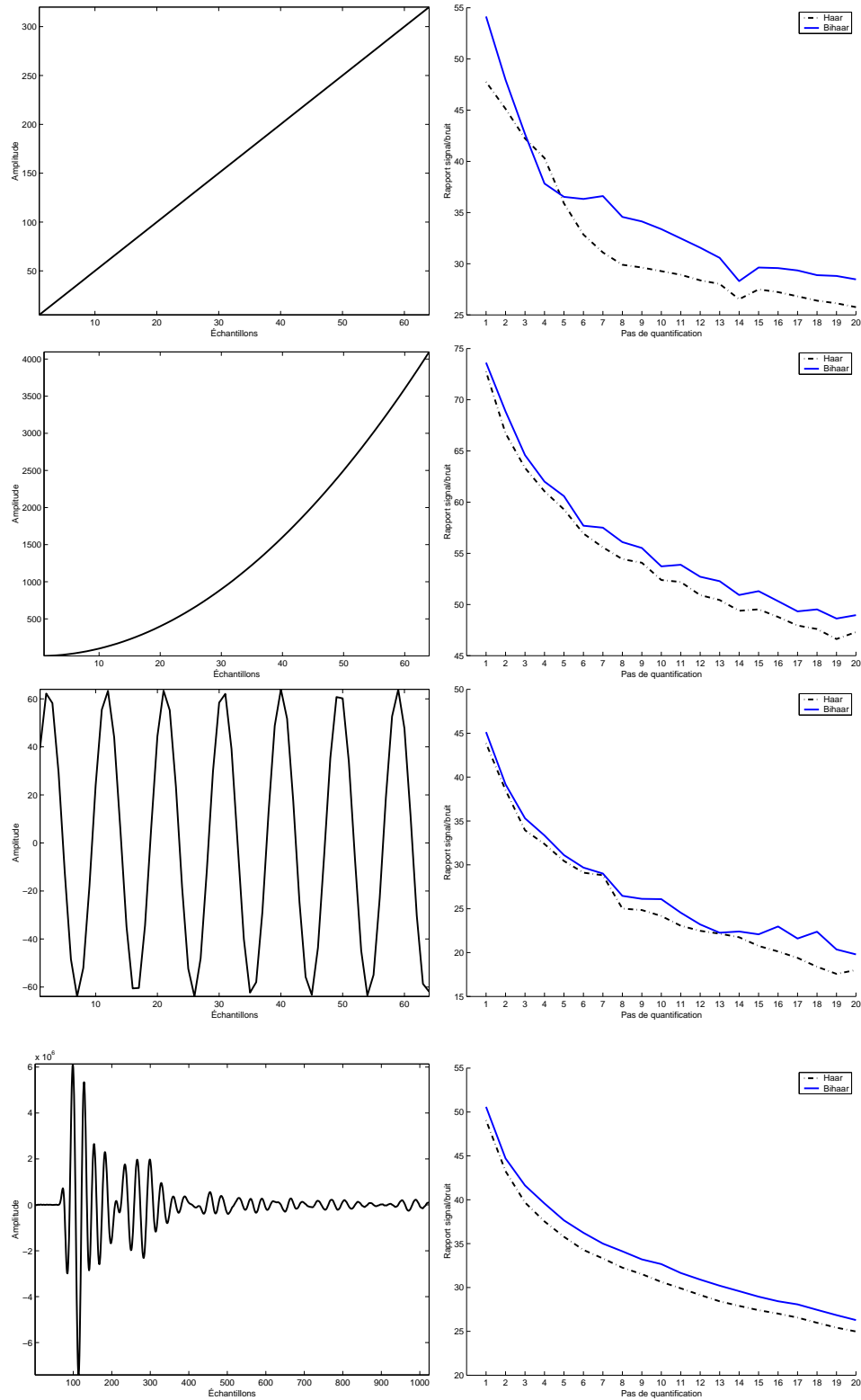
L'intérêt des recouvrements et de l'optimisation sera discutée pour d'autres signaux et d'autres mesures objectives dans la partie III exposant les résultats. On peut également remarquer qu'il est difficile d'affirmer qu'une transformée est toujours meilleure qu'une autre. Ceci dépend à la fois des signaux, de la quantification employée et de la mesure de qualité choisie, comme l'illustre le point où la transformée de Haar donne de meilleurs résultats que celle de biHaar.

6.1.5. Formulation polyphase pour bancs de filtres à deux canaux

Nous avons pour l'instant traité les coefficients bloc par bloc, sans introduire la notion de sous-échantillonnage. Il est plus conventionnel d'exprimer l'action d'un banc de filtres avec sous-échantillonnage : plutôt que de décaler le banc de filtres de $M = 2$ échantillons, on le décale d'un échantillon à chaque fois, et on sous-échantillonne d'un même facteur $M = 2$ en sortie. La représentation devient celle de la figure 6.4.

Afin de pouvoir permuter l'opérateur de décimation avec les filtres, nous allons supposer que les coefficients impairs sont supprimés en sortie. On sépare la transformée en z d'un filtre H en deux composantes, correspondant aux termes pairs et impairs :

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n)z^{-2n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n+1)z^{-2n-1},$$



(a) Différents signaux.

(b) Rapport signal à bruit en dB.

FIG. 6.3. – Effets de la quantification sur les transformées de Haar et de biHaar. De haut en bas : signal linéaire, quadratique, sinusoïdal et trace sismique.

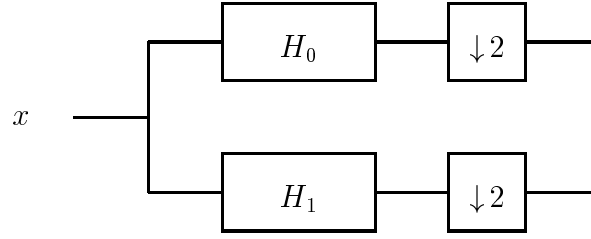


FIG. 6.4. – Banc de filtres à deux canaux : représentation conventionnelle.

et l'on définit les deux composantes polyphase du filtre :

$$\begin{aligned} H_0(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n)z^{-n}, \\ H_1(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n+1)z^{-n}. \end{aligned}$$

L'expression de $H(z)$ peut alors être reformulée de la façon suivante :

$$H(z) = \begin{bmatrix} H_0(z^2) & H_1(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix}.$$

Il s'agit ici de la représentation polyphase dite de type I. En exprimant la transformée en z de x de la même façon,

$$X(z) = \begin{bmatrix} X_0(z^2) & X_1(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix},$$

il est aisé de voir qu'en conservant uniquement les coefficients pairs en sortie du décimateur, la transformée en z de la sortie y est $Y(z)$, définie par :

$$Y(z) = (H(z)X(z))_p = H_0(z)X_0(z) + z^{-1}H_1(z)X_1(z).$$

Le schéma résultant, pour un unique filtre, est représenté en figure 6.5. Il a permis de déplacer le décimateur avant le filtre H . En appliquant ce résultat aux deux filtres du banc, on obtient la matrice polyphase du banc d'analyse :

$$H^p(z) = \begin{bmatrix} H_{B0} & H_{B1} \\ H_{H0} & H_{H1} \end{bmatrix},$$

et les deux composantes de sortie sont déterminées par :

$$\begin{bmatrix} Y_0(z) \\ Y_1(z) \end{bmatrix} = H^p(z) \begin{bmatrix} X_0(z) \\ z^{-1}X_1(z) \end{bmatrix}.$$

La structure polyphase correspondant au banc de filtre est décrite dans la figure 6.6.

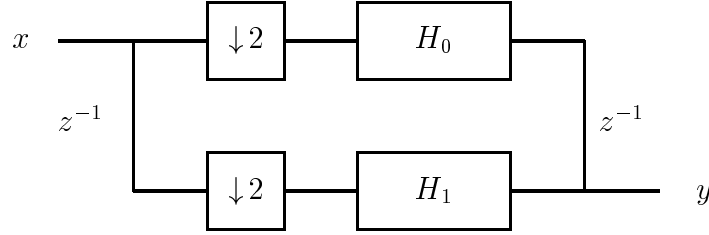


FIG. 6.5. – Schéma polyphase d'un filtre d'analyse.

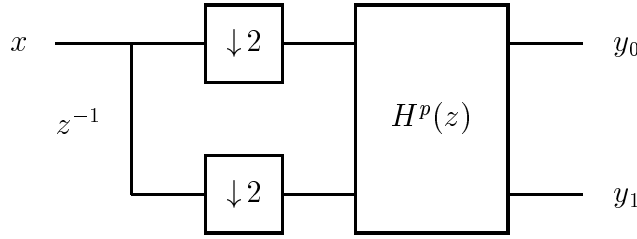


FIG. 6.6. – Schéma polyphase de deux filtres d'analyse.

Les filtres de synthèse sont eux décomposés en une représentation polyphase de type II, selon l'expression :

$$F(z) = F_1(z) + z^{-1}F_0(z).$$

La matrice polyphase du banc de synthèse a pour expression :

$$F^p(z) = \begin{bmatrix} F_{B0} & F_{H1} \\ F_{B1} & F_{H0} \end{bmatrix}.$$

La sortie des filtres F_B et F_H , après expansion par deux, est donnée par :

$$\hat{X}(z) = \begin{bmatrix} z^{-1} & 1 \end{bmatrix} F^p(z) \begin{bmatrix} Y_0(z^2) \\ Y_1(z^2) \end{bmatrix}.$$

La représentation du banc de filtre de synthèse sous forme polyphase est donnée dans la figure 6.7. Le schéma global de la transformée directe et de la transformée inverse est indiqué dans la figure 6.8. L'un des avantages de la formulation polyphase est d'obtenir les matrices polyphase « dos-à-dos » : si la matrice produit $F^p(z)H^p(z)$ est égale à la matrice identité,

alors le résultat des banc de filtres est \hat{x} , une simple copie retardée du signal x , ce qui répond à nos besoins de reconstruction parfaite. Dans la suite, nous étendrons le concept de polyphase à des bancs de filtres plus généraux, à M canaux, dans la section 6.2.2. Nous renvoyons au livre de P. P. Vaidyanathan [Vai93, p. 230 sq.] pour un exposé complet du formalisme polyphase.

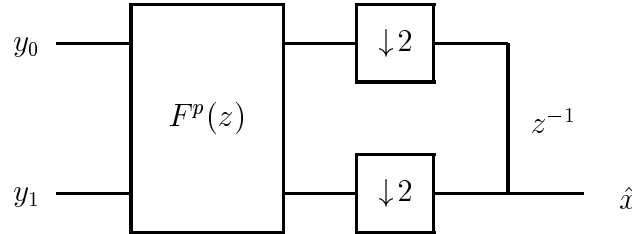


FIG. 6.7. – Schéma polyphase de deux filtres de synthèse.

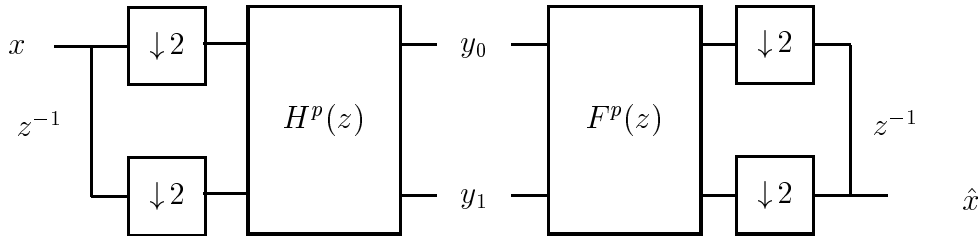


FIG. 6.8. – Schéma polyphase du système analyse/synthèse.

6.2. Transformées étendues

On peut dire de façon succincte que les transformées à recouvrement sont des transformées dont les vecteurs de projection peuvent avoir une longueur $L \geq M$, et qui s'étendent donc au-delà des traditionnels blocs de M échantillons. Quand $L = M$, on retrouve la philosophie traditionnelle des transformées par blocs, décrite dans la section 5.5. Un étage de transformée en ondelettes est composé de deux filtres, de longueur L . Cette longueur est en général supérieure ou égale au nombre de canaux $M = 2$. On peut donc considérer cet étage comme une forme de transformée à recouvrement. Plus généralement, une transformée en ondelettes possédant E étages peut être considérée comme une transformée étendue à $E + 1$ canaux. Nous nommons ici « transformées étendues » une ensemble composé de transformées par blocs, à recouvrement et en ondelettes. Quitte à compléter les filtres par des zéros, il est possible de choisir que L soit un multiple entier de M . Nous allons nous concentrer d'abord sur le cas orthogonal avec $L = 2M$, tel que développé initialement par H. Malvar [Mal90], pour l'étendre successivement au cas semiorthogonal, proposé également par H. Malvar [Mal98b], puis pour $L = KM$ pour des entiers K arbitraires, dans des hypothèses d'orthogonalité [dNR96] et de semiorthogonalité [TN99]. La formulation homogène de ces différentes notions passera en

premier lieu par le formalisme matriciel puis polyphase.

6.2.1. Conditions de reconstruction parfaite

Nous considérons une matrice d'analyse P_a de taille L , où $L = KM$ est un multiple de M . On subdivise la matrice P_a en K matrices carrées de taille $M \times M$:

$$P_a = \begin{bmatrix} P_{a0} & P_{a1} & \dots & P_{aK-1} \end{bmatrix}.$$

La matrice infinie associée a pour expression :

$$P_a^\infty = \begin{bmatrix} \ddots & \ddots & & \ddots & & & 0 \\ & P_{a0} & P_{a1} & \cdots & P_{aK-1} & & \\ & & P_{a0} & P_{a1} & \cdots & P_{aK-1} & \\ & & & P_{a0} & P_{a1} & \cdots & P_{aK-1} \\ 0 & & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}.$$

Si l'on écrit de la même façon la matrice de synthèse P_s , l'équation de reconstruction parfaite s'écrit :

$$P_s^{\infty T} P_a^\infty = I^\infty.$$

Cette relation s'exprime, en termes des matrices bloc $P_{x,i}$, par :

$$\sum_{i=0}^{K-1-j} P_{s,i}^T P_{a,i+j} = \sum_{i=0}^{K-1-j} P_{s,i+j}^T P_{a,i} = \delta(j) I_M. \quad (6.4)$$

Une formulation plus compacte fait intervenir à nouveau la matrice de décalage $S_{K-1,M}$, que l'on note ici S pour alléger les notations :

$$P_s^T S^i P_a = P_a^T S^i P_s = \delta(i) I_M, \quad i = 0, \dots, M-1.$$

Sous sa forme générale, l'équation 6.4 correspond à la semiorthogonalité, et requiert la résolution de $2K-1$ équations matricielles. Si l'on impose l'identité des matrices P_a et P_s , et donc l'orthogonalité, il subsiste K équations matricielles. Nous allons dans la suite étudier quelques types de transformées vérifiant ces équations, en introduisant au préalable le formalisme polyphase, afin d'éviter la résolution des équations matricielles décrites ci-dessus.

6.2.2. Formulation polyphase de la reconstruction parfaite

Le formalisme polyphase, introduit en 1976 par M. Bellanger [BBC76], permet de simplifier notamment la construction de bancs de filtres. On choisit un nombre M de canaux, et on décompose le signal x en M composantes formées d'un échantillon pris tous les M échantillons : soit $x_i(m) = x(mM + i)$, la composante polyphase d'indice i du signal x est formée des échantillons $x_i(\cdot)$:

$$x_i = \begin{bmatrix} \dots & x_i(0) & x_i(1) & \dots & x_i(m) & \dots \end{bmatrix},$$

tandis que le bloc élémentaire de longueur M d'ordre m s'obtient en fixant la valeur de m :

$$x_m^M = \begin{bmatrix} x_0(m) & x_1(m) & \dots & x_{M-1}(m) \end{bmatrix}.$$

En étendant la décomposition polyphase exposée au chapitre 6.1.5, nous réécrivons la formulation polyphase des matrices polyphases de P_a et de P_s , que l'on suppose d'ordre K :

$$P_a(z) = \sum_{i=0}^{K-1} P_{a,i} z^{-i},$$

$$P_s(z) = \sum_{i=0}^{K-1} P_{s,K-1-i}^T z^{-i}.$$

Les matrices $P_a(z)$ et $P_s(z)$ sont de degré inférieur à $K-1$. Afin d'obtenir des filtres causaux, nous exprimons la condition de reconstruction parfaite de la façon suivante :

$$P_s(z) P_a(z) = z^{1-K} I_M. \quad (6.5)$$

Lorsque l'on impose $P_a(z) = P_s(z)$, c'est-à-dire l'orthogonalité, les matrices vérifiant cette équation sont dites paraunitaires. Dans l'hypothèse où $P_a(z)$ est inversible sur le cercle unité, on peut résoudre l'équation 6.5 en choisissant :

$$P_s(z) = z^{1-K} P_a^{-1}(z).$$

L'ERP 6.5 se traduit par

$$\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} P_{s,K-1-j}^T P_{a,i} z^{-i} z^{-j} = z^{1-K} I_M.$$

L'identification des puissances de z dans chacun des membres redonne l'ERP sur les matrices-

blocs 6.4. Ici encore, la formulation des équations de reconstruction parfaite n'est pas la plus générale possible. P. P. VaVaidyanathandyanathan montre dans [Vai93, p. 253 sq.] que, dans le cas des filtres parfaits, la condition nécessaire et suffisante sur les matrices polyphases s'écrit :

$$P_s(z) P_a(z) = cz^{-n} \begin{bmatrix} 0 & I_{M-r} \\ z^{-1} I_r & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Cette équation est plus générale que l'ERP que nous avons utilisée. Les solutions de l'équation 6.6 peuvent cependant être obtenues facilement à partir de l'ERP 6.5. Dans la suite, nous nous intéresserons principalement à des cas particuliers de bancs de filtres parfaits : le nombre M de canaux sera toujours pair et les filtres à phase linéaire. Les coefficients des filtres seront soit symétriques, soit antisymétriques.

6.2.3. Transformées en ondelettes « classiques »

Un étage de transformée en ondelettes satisfait naturellement aux équations ERP 6.4, pour un nombre M de canaux égal à 2. En effet, l'une des conditions de construction de bancs de filtres d'ondelettes est la semiorthogonalité à deux pas (pour *double-shift biorthogonality*, cf. [SN96, p. 210 sq.]) des bancs de filtres d'analyse et de synthèse. Cette condition coïncide exactement avec la condition de reconstruction parfaite pour $M = 2$. Cette formulation couvre à la fois les filtres d'ondelettes orthogonales et semiorthogonales. On peut alors réitérer l'application de la transformée sur un nombre fini d'étages : dès lors que la condition de reconstruction parfaite est vérifiée pour un étage, elle se propage de proche en proche. La décomposition en ondelettes revient à itérer le banc de filtres sur la sortie passe-bas. La décomposition en paquets d'ondelettes revient à itérer le banc de filtres sur une sortie quelconque. Elles sont toutes deux des sous-ensembles de l'arbre d'ondelettes représenté dans la figure 6.9.

Dans l'exemple de la figure 6.9, la décomposition en ondelette est faite sur trois niveaux. On peut l'exprimer sous la forme du banc de filtre équivalent. Le filtre résultant des trois filtres H_B en série, séparés par des opérateurs de sous-échantillonnage, a pour expression, à un retard près :

$$H_0(z) = H_B(z) H_B(z^2) H_B(z^4).$$

De la même manière, les autres filtres ont pour expression :

$$\begin{aligned} H_1 &= H_B(z) H_B(z^2) H_H(z^4), \\ H_2 &= H_B(z) H_H(z^2), \\ H_3 &= H_H(z). \end{aligned}$$

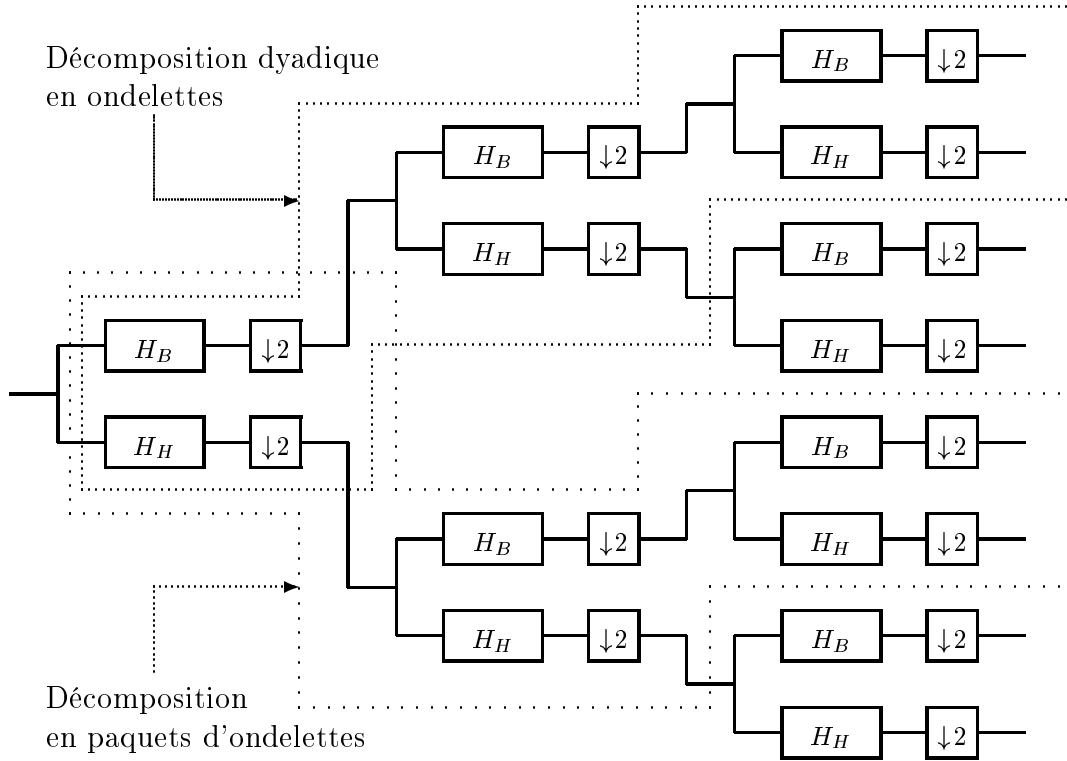


FIG. 6.9. – Décompositions en ondelettes et paquets d'ondelettes.

La condition de reconstruction parfaite n'apporte toutefois pas de réponse à la convergence des itérations pour un nombre indéfini d'étages. Nous ne traiterons pas de ce point car, dans les applications de compression, le nombre d'itérations est fini, du fait de la taille limitée des signaux. Nous renvoyons à ce propos particulier et pour la théorie générale des ondelettes aux ouvrages de I. Daubechies [Dau92], G. Strang et T. Nguyen [SN96], Y. Meyer [Mey92], M. Holschneider [Hol95] et S. Mallat [Mal98a].

6.2.4. Transformées orthogonales à recouvrement (TOR)

Les transformées orthogonales à recouvrement (TOR) sont plus connues sous le nom de LOT (pour *lapped orthogonal transform*). Elles furent initialement introduites par P. Casseureau. Ce fut surtout H. Malvar qui les popularisa, en particulier dans [Mal92], ouvrage qui traite ce sujet de façon détaillée.

Dans ses articles [MS89, Mal90], H. Malvar récapitule les méthodes qu'il utilise pour construire des transformées globalement orthogonales de taille $M \times 2M$, où le nombre de canaux M est un entier pair. L'idée de départ est issue de « l'optimalité » de la TKL (transformée de Karhunen-Loève, sec. 5.5.2). Les effets de la quantification des coefficients sont minimisés lorsque la base de projection du signal est formée des vecteurs propres de la matrice d'autocovariance du signal d'entrée, vecteurs définissant la TKL, qui possède théoriquement la

meilleure distorsion en un certain sens, comme le montrent N. Jayant et P. Noll dans [JN84, p. 535 sq.]. H. Malvar note également que la TDC (transformée discrète en cosinus) est plus souvent employée en pratique, car elle est indépendante du signal, et possède des algorithmes de calcul rapides. Elle fournit de plus une bonne approximation de la TKL. Plutôt que d'utiliser les constructions itératives, vecteur après vecteur, de P. Cassereau¹ pour construire les bases des TOR, H. Malvar propose de résoudre le problème par des techniques de décomposition en base propre. Pour restreindre le champ de recherche, il se limite [MS89] à des transformées possédant $M/2$ vecteurs symétriques, et $M/2$ vecteurs antisymétriques, à l'instar de la TDC (sec. 5.5.3) et de la TKL (sec. 5.5.2). De nombreux signaux utiles ont un contenu basse-fréquence important. H. Malvar propose alors que les vecteurs d'ordre faible aient des variations lentes, pour capturer le contenu basse-fréquence des signaux.

Il développe un exemple où la matrice d'analyse P est de taille $M \times 2M$, M étant un entier pair². Cette matrice peut être décomposée en deux blocs formés des matrices P_0 et P_1 , chacune de taille $M \times M$, sous la forme $\begin{bmatrix} P_0 & P_1 \end{bmatrix}$. H. Malvar cherche des matrices globalement orthogonales, pour lesquelles la transformée de synthèse est P^T . Les ERP 6.4 se résument alors à :

$$\begin{cases} P_0^T P_0 + P_1^T P_1 &= I_M, \\ P_1^T P_0 &= 0_M. \end{cases} \quad (6.7)$$

Plutôt que de chercher directement les matrices vérifiant ces équations, H. Malvar propose une factorisation de P basée sur la TDC introduite au chapitre 5.5.3. Ce choix de factorisation provient de l'observation suivante : si une matrice P_d dite alors « admissible », vérifie les équations 6.7, alors pour toute matrice orthogonale Z de taille $M \times M$, la matrice ZP_d est également une solution des équations 6.7. Pour construire une solution admissible P_d , il procède de la façon suivante : il réordonne la matrice D_M^{II} , introduite au chapitre 5.5.3, en regroupant les vecteurs de base de symétrie paire, D_p puis les vecteurs de symétrie impaire D_i . Nous notons D la matrice ainsi formée

$$D = \begin{bmatrix} D_p \\ D_i \end{bmatrix}.$$

Cette matrice est formée d'un bloc supérieur symétrique et d'un bloc inférieur antisymétrique,

¹Les méthodes de P. Cassereau sont décrites dans le livre de H. Malvar [Mal92, p. 152 sq.]. Ce dernier souligne déjà que l'optimisation directe des coefficients de la transformée est sujette à des problèmes de bruit, pouvant nuire à l'optimisation, et prévoit que l'extension à des longueurs L de filtres supérieures à $2M$ risque de rendre impraticable la résolution des contraintes non linéaires de l'algorithme. Nous allons l'observer dans la partie détaillant l'optimisation des transformées, section 7.2.

²Les notations de H. Malvar correspondent en fait aux transposées des matrices P selon notre notation. Avec les notations de H. Malvar, les vecteurs de base sont les colonnes des matrices de transformation.

comme pour la transformée de biHaar, décrite au chapitre 6.1. Il construit la matrice D_d de taille $M/2 \times M$ en soustrayant les vecteurs antisymétriques des vecteurs symétriques de D :

$$D_d = D_p - D_i,$$

puis il observe que la matrice admissible

$$P_d = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} D_d & D_d J \\ D_d & -D_d J \end{bmatrix}$$

est une solution de l'équation 6.7. On peut encore remarquer que ce choix ne permet pas de générer l'intégralité des solutions de 6.7, mais permet de générer un grand nombre de solutions utiles.

Les vecteurs de la matrice P_d sont représentés dans la figure 6.10. On peut remarquer les transitions brutales au point de symétrie des vecteurs d'indice impair. Elles sont dues à la symétrisation forcée des bases, en utilisant les matrices D_d et $-D_d$.

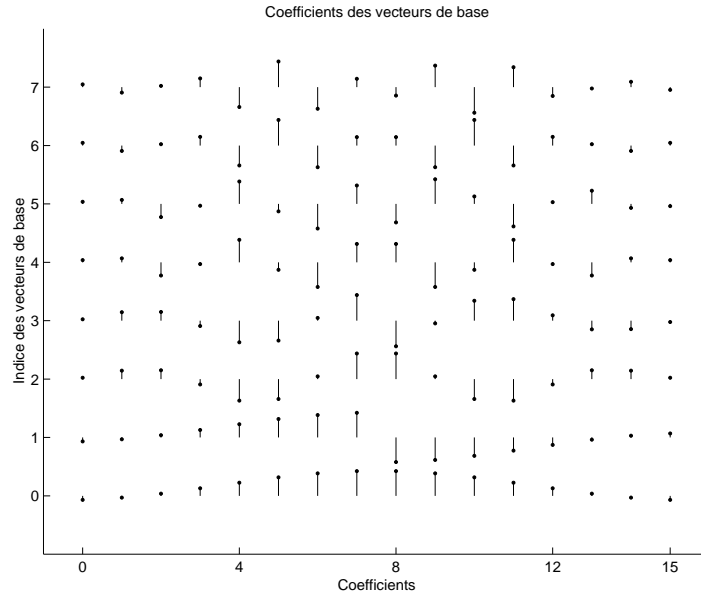


FIG. 6.10. – Vecteurs de base d'une matrice admissible orthogonale P_d à 8 canaux.

L'objectif restant de trouver de bonnes transformées, H. Malvar propose différentes tactiques³ pour l'optimisation de la matrice Z . La matrice Z est obtenue numériquement, et n'est pas aisément factorisable. Cependant H. Malvar [MS89] conjecture une approximation valable dans les deux cas, en supposant une forte intercorrélacion des échantillons des signaux

³L'une est basée sur l'optimisation du gain de codage, l'autre sur l'atténuation hors-bande passante. Nous renvoyons à la section 7.2 pour la définition de ces critères d'optimisation.

à coder :

$$Z = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{Z} \end{bmatrix}.$$

Il approche de surcroît la matrice \tilde{Z} par un produit de $M/2 - 1$ rotations quand M est inférieur à 16, et par un produit de matrices de transformées discrètes en cosinus et en sinus pour M plus grand. Nous renvoyons à [Mal92, p. 152 sq.] pour les détails complémentaires. Le graphe de fluence correspondant à la matrice P est décrit dans la figure 6.11.

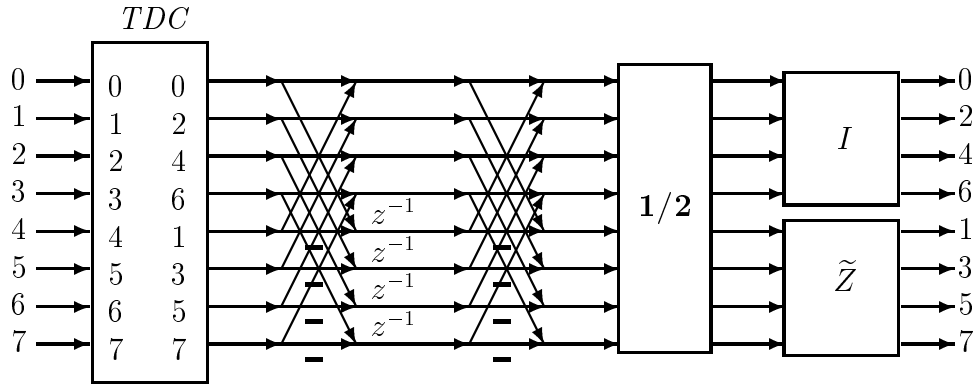


FIG. 6.11. – Graphe de fluence d'une TOR.

Les TOR réduisent fortement les effets de blocs introduits par une transformée par blocs comme la TDC. Cet effet est analogue à celui observé entre la transformée de Haar et celle de biHaar à la section 6.1.2. Il en subsiste cependant, car à la reconstruction, du côté de la synthèse, les bases de basse-fréquence présentent à leurs extrémités des discontinuités. Les coefficients ne s'annulent pas aux bords des blocs, comme on peut le voir sur la figure 6.12, ce qui peut engendrer des discontinuités et des effets de blocs. En effet, la compression tend à conserver un faible nombre de coefficients, généralement basse-fréquence pour des signaux à dominante passe bas. Les transitions brutales au point de symétrie des vecteurs d'indice impair sont réduites. On peut également noter que si les coefficients sont quantifiés assez fortement, peuvent apparaître des effets d'annelage (*ringing artifact*), qui peuvent désormais se propager sur $2M$ échantillons, au lieu de M pour les transformées par blocs. Il s'agit là l'un des prix à payer pour la réduction des effets de blocs.

6.2.5. Transformées semiorthogonales à recouvrement (TSOR)

H. Malvar a proposé comme alternative les transformées modulées à recouvrement (en anglais *modulated lapped transforms*, MLT) et des extensions à ces dernières, les ELT (*extended lapped transforms*), qui ne sont plus en général à phase linéaire, et dont nous ne traiterons pas ici, et plus récemment [Mal98b, Mal00] une classe de transformées semiorthogonales à

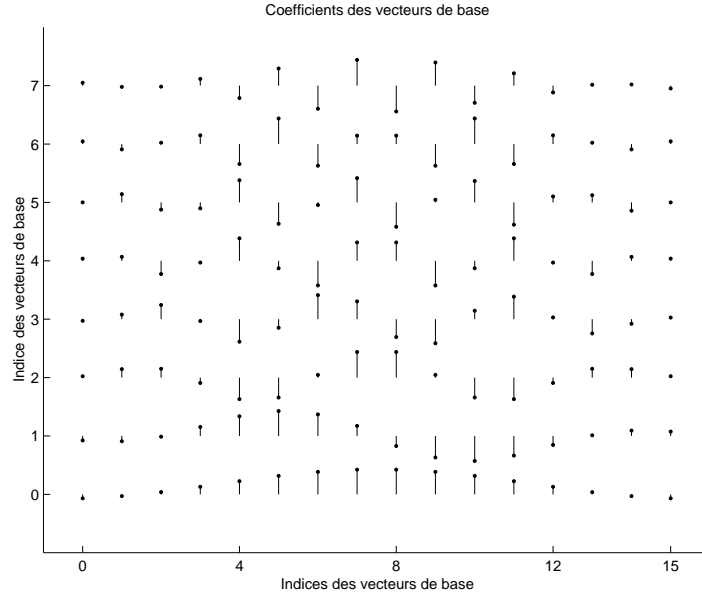


FIG. 6.12. – Vecteurs de base d'une TOR à 8 canaux.

recouvrement (LBT pour *lapped biorthogonal transforms*). Nous les noterons TSOR en abrégé (transformées semiorthogonales à recouvrement). Nous allons détailler ces dernières, qui sont un prolongement presque naturel des TOR, et dont la transformée de biHaar fait partie. Les TSOR seront elles-même prolongées dans le chapitre 6.2.7.

En conservant la structure exposée au paragraphe précédant, il suffit pour créer des TSOR d'y introduire des coefficients correctifs. Cela revient à multiplier certaines sorties du banc de filtres par un facteur c_i . Sous forme matricielle, la transformée d'analyse devient

$$P_a = \begin{bmatrix} C_1 I & 0 \\ 0 & C_2 \tilde{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_p - C_3 D_i & (D_p - C_3 D_i) J \\ D_p - C_3 D_i & -(D_p - C_3 D_i) J \end{bmatrix}.$$

Chacune des matrices C_i introduites est simplement une matrice unité, excepté son premier coefficient, qui est le facteur c_i . Choisir $c_i = 1$ renvoie au cas précédent de la TOR classique. H. Malvar [Mal98b] choisit simplement $c_3 = \sqrt{2}$, et cette astuce améliore notablement les performances de la TOR, en conservant le même choix pour la matrice Z . Dans [Mal00], H. Malvar choisit les coefficients $c_1 = \sqrt{3/4}$ et $c_2 = \sqrt{4/5}$. La matrice P_a n'est plus orthogonale. Cependant, la matrice de synthèse P_s s'exprime aussi simplement, en changeant chaque coefficient c_i en son inverse. Ces coefficients peu naturels interviennent en raison de la normalisation de certains vecteurs de base.

Les bases d'analyse et de synthèse des matrices admissibles (avec $\tilde{Z} = I$) sont représentées dans la figure 6.13. S'il subsiste des discontinuités dans la matrice P_a , les extrémités des vecteurs basse-fréquence de la matrice de synthèse P_s sont très atténuées sur les bords et

réduisent les effets de blocs aux forts taux de compression. Les bases d'analyse et de synthèse d'une TSOR optimisée sont représentées dans la figure 6.14. L'avantage de disposer de deux bases est de permettre d'équilibrer les propriétés d'analyse et de synthèse selon les applications envisagées, et d'offrir un peu plus de flexibilité dans le choix des filtres.

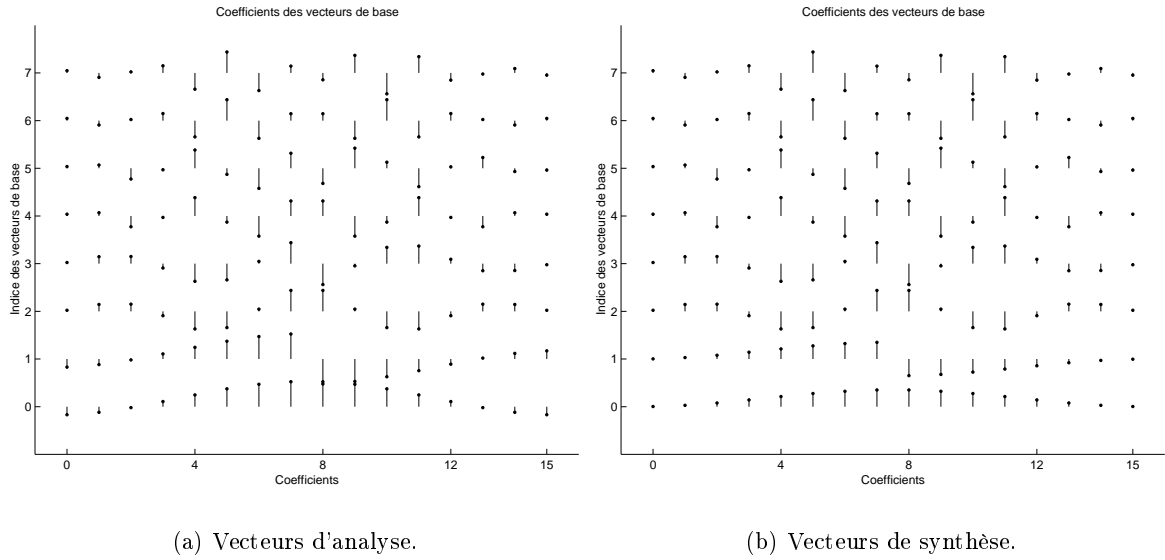


FIG. 6.13. – Vecteurs de base de matrices admissibles semiorthogonales P_d à 8 canaux : analyse (a) et synthèse (b).

6.2.6. Transformées orthogonales à recouvrement étendu (TORE)

Oublions un instant les TSOR pour en revenir à la formulation des TOR. Si l'on veut conserver la séparation des coefficients sur deux canaux, l'un à symétrie paire, l'autre impaire, la formulation générale des TOR est la suivante :

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_d & D_d J \\ D_d & -D_d J \end{bmatrix},$$

où U et V sont deux matrices orthogonales quelconques. Suivant les formules données à la section 6.2.2, la matrice polyphase associée $P(z)$, s'écrit

$$P(z) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_d J + z^{-1} D_d \\ -D_d J + z^{-1} D_d \end{bmatrix}.$$

Exploiter une symétrie de la matrice D_d , $D_d J = D_p + D_i$, permet de factoriser $P(z)$ en faisant apparaître la matrice D introduite au chapitre 6.2.4 :

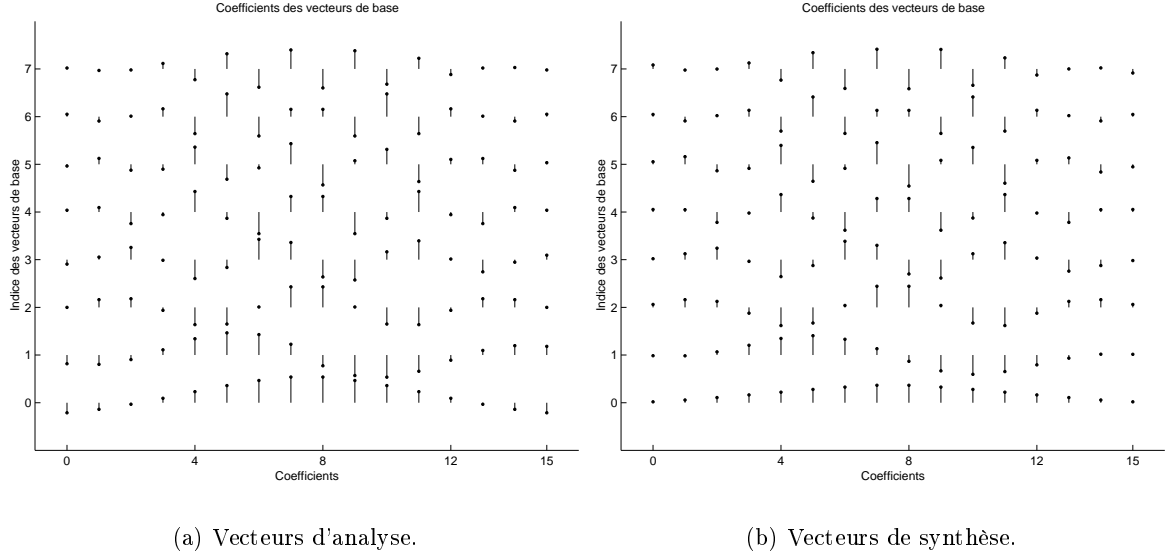


FIG. 6.14. – Vecteur de base d'une TSOR à 8 canaux : analyse (a) et synthèse (b).

$$P(z) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & I \\ -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & z^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & I \\ I & -I \end{bmatrix} D.$$

La matrice P est représentée sous forme de produit de matrices orthogonales et de retards. Une formulation de ce type a été proposée par A. Soman *et al.* [SVN93] pour la décomposition de bancs de filtres plus généraux. En reformulant cette décomposition, de Queiroz *et al.* démontrent dans [dNR96] le résultat suivant. Considérons un banc de filtres uniforme, RIF à décimation critique, pourvu des propriétés suivantes :

- le nombre M de canaux est pair ;
- les filtres sont à coefficients réels, à phase linéaire et de longueur L multiple de M ($L = KM$) ;
- le banc de filtre est paraunitaire, si bien que les coefficients des filtres de synthèse sont obtenus en retournant ceux des filtres d'analyse.

Soit K_0 une matrice orthogonale de taille $M \times M$, à phase linéaire. Sa transformée en z , $K_0(z)$, est identique à K_0 . Soient U_i et V_i des matrices orthogonales de taille $M/2 \times M/2$. On définit, pour les indices i compris entre 1 et K , les matrices suivantes :

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} U_i & 0 \\ 0 & V_i \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} I & I \\ I & -I \end{bmatrix},$$

$$\Lambda(z) = \begin{bmatrix} I & I \\ I & z^{-1}I \end{bmatrix},$$

$$K_i(z) = \frac{1}{2} \Phi_i W \Lambda(z) W.$$

Si les propriétés décrites ci-dessus sont respectées, alors la matrice polyphase de transfert du banc de filtres peut toujours s'écrire sous la forme suivante, pour un choix approprié de matrices U_i et V_i :

$$P(z) = \prod_{K-1}^0 K_i(z).$$

Les GenLOT (*generalized orthogonal lapped transforms*) sont définies dans [dNR96] comme les transformées pour lesquelles on choisit d'avoir $K_0 = D$, pour bénéficier des algorithmes rapides et des bonnes performances de la TDC. Nous les désignerons sous le terme de TORE, pour transformées orthogonales à recouvrement étendu. Il est alors facile de voir que cette structure englobe à la fois :

- la TDC, à un réarrangement des bases près, obtenue pour $K = 1$, c'est-à-dire sans recouvrement aucun ;
- les TOR de H. Malvar, obtenues pour $K = 2$.

Le graphe de fluence générique des TORE est représenté dans la figure 6.15. Il est possible de décomposer plus avant la matrice K_0 sous la forme du produit de matrices orthogonales :

$$K_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} U_0 & 0 \\ 0 & V_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & J \\ J & -I \end{bmatrix},$$

où U_0 et V_0 sont orthogonales. On peut procéder par récurrence pour obtenir plus facilement la matrice P : en partant de $P_{r_0} = K_0$, on obtient la matrice P en appliquant $K - 1$ fois la construction

$$P_{r_i} = \Phi_i W \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W P_{r_{i-1}} & 0 \\ 0 & W P_{r_{i-1}} \end{bmatrix}.$$

La figure 6.16 représente les vecteurs de base d'une TORE possédant 8 canaux et de facteur de recouvrement de 6.

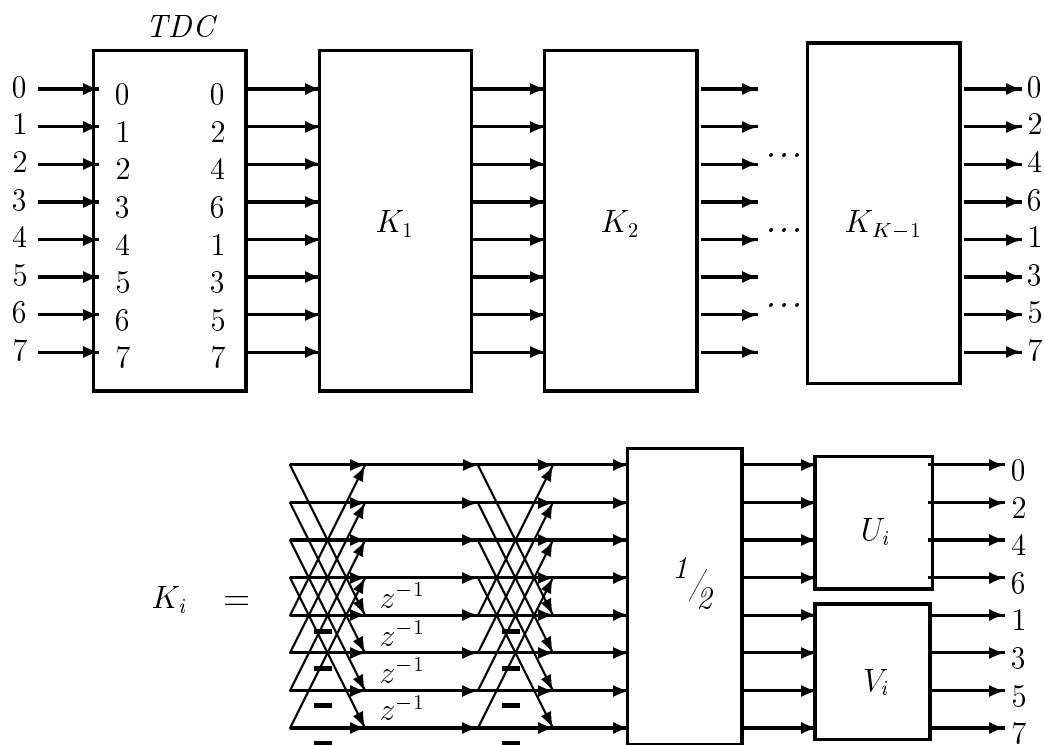


FIG. 6.15. – Graphe de fluence générique d'une TORE.

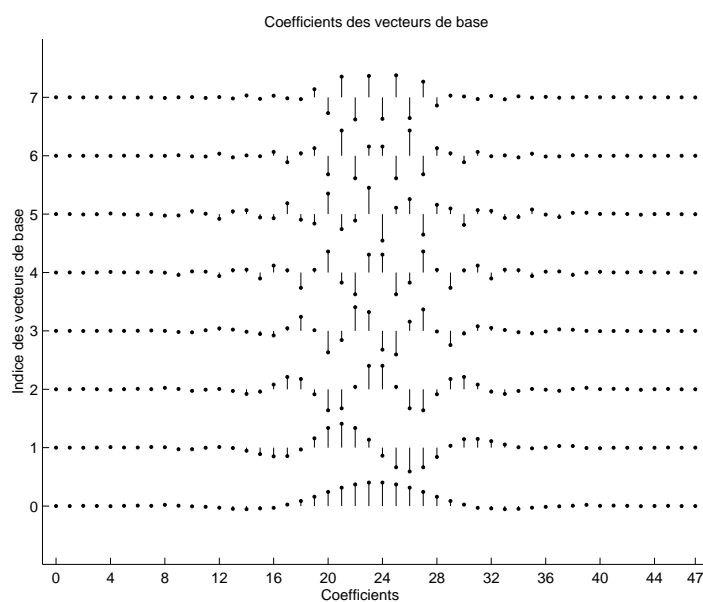


FIG. 6.16. – Vecteurs de base d'une TORE à 8 canaux et 48 coefficients.

6.2.7. Transformées semiorthogonales à recouvrement étendu (TSORE)

T. Tran *et al.* proposent une extension qui généralise à la fois les TORE et les TSOR. Nous les appellerons TSORE par la suite. T. Tran *et al.* montrent dans [TdQN00] un élégant résultat de factorisation pour toutes les transformées étendues vérifiant les conditions suivantes :

- le nombre M de canaux est pair ;
- tous les filtres sont RIF, à coefficients réels, à phase linéaire et de longueur L multiple de M ($L = KM$) ;
- le banc de filtre est inversible : les coefficients des filtres de synthèse ne sont plus obtenus en retournant ceux des filtres d'analyse.

Ces transformées étendues peuvent se décomposer de manière analogue aux TORE, à ceci près que les matrices U_i et V_i doivent simplement être inversibles, et non plus nécessairement orthogonales. La formulation de la matrice polyphase d'analyse est donc parfaitement analogue à celle de la section précédente en remplaçant uniquement l'orthogonalité des matrices U_i et V_i par une simple inversibilité. La matrice polyphase d'analyse peut s'écrire

$$P_a(z) = \prod_{K-1}^0 K_i(z),$$

où K_0 s'écrit sous la forme générale

$$K_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} U_0 & 0 \\ 0 & V_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & J \\ J & -I \end{bmatrix}.$$

Les matrices U_0 et V_0 sont ici simplement inversibles. La matrice $P_a(z)$ est inversible, car elle est un produit de matrices inversibles, et le banc de filtre causal de synthèse est donné par

$$P_s(z) = z^{1-K} P_a^{-1}(z) = K_0^{-1} \prod_1^{K-1} (z K_i(z))^{-1}.$$

La factorisation de $P_a(z)$ et $P_s(z)$ englobe la TDC-II, les différentes TOR, TSOR et TORE. Elle englobe également la transformée de Walsh, ainsi que tous les filtres d'ondelettes de longueur paire, comme ceux définis par la transformée de Haar et de biHaar. Outre une certaine élégance de représentation, ce formalisme général permet de traiter de manière unifiée un certain nombre de transformées et d'ondelettes, comme nous le montrerons au chapitre 8.2.4. Cette approche permet de se doter d'outils flexibles, que l'on peut plier à la multiplicité des données sismiques.

6.2.8. Décomposition avancée des transformées étendues

La formulation polyphase, nous l'avons vu, permet une représentation plus simple des matrices d'analyse et de synthèse, et met en évidence la structure modulaire des transformées. Les blocs de retard y apparaissent clairement. Les degrés de liberté dans la construction des transformées, que sont les matrices U_i et V_i , apparaissent également. Il serait possible de choisir directement comme paramètres les coefficients de ces matrices, mais on parvient à un résultat plus intéressant en décomposant plus avant cette structure.

Dans le cas des TORE, les degrés de liberté sont contenus dans $2 \times (K - 1)$ matrices orthogonales. De Queiroz *et al.* [dNR96] proposent d'utiliser la décomposition de Givens des matrices angulaires Φ_i : une matrice orthogonale de taille $M/2 \times M/2$ peut être décomposée en $M(M - 2)/8$ rotations élémentaires [HJ85, p. 77], chacune définie par un angle θ_i . Il en résulte $(K - 1) M (M - 2) / 4$ degrés de liberté, à comparer aux $K M^2 / 2$ degrés de liberté des matrices de taille $M \times KM$ à phase linéaire. Une décomposition en produits de rotations, partiellement du moins, est également possible avec des matrices inversibles, en passant par la décomposition en valeur singulière : toute matrice U inversible peut s'écrire comme un produit $U_g U_\Delta U_d$ de deux matrices orthogonales U_g et U_d et d'une matrice diagonale U_Δ à éléments Δ_i strictement positifs. Le schéma de décomposition d'une matrice U inversible est présenté dans la figure 6.17. Chacune des matrices U_g et U_d peut à son tour être décomposée en un produit de rotations.

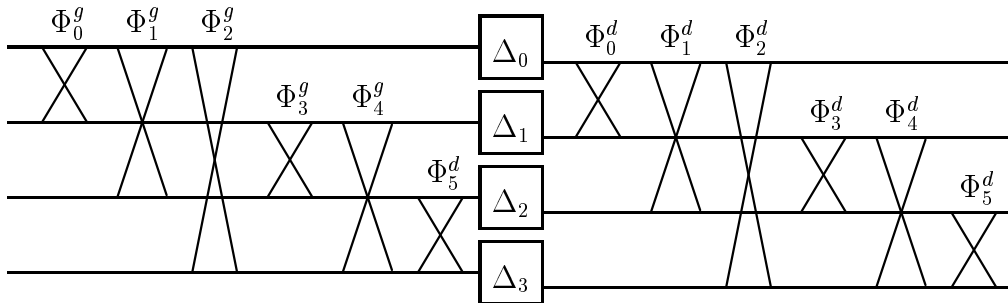


FIG. 6.17. – Décomposition de Givens d'une matrice U inversible.

Le nombre de paramètres devient $2 (K - 1) (2 \times M (M - 2) / 4 + M/2) = (K - 1) M^2$. Dans un choix aussi large, la principale difficulté consiste à construire ou à trouver les bonnes transformées. Ce sujet est l'objet du chapitre 7.1.

6.2.9. Transformées étendues et bases de la droite discrète

La différence entre les transformées par blocs et à recouvrement est plus facile à observer en construisant la base sur laquelle le signal infini est projeté. Les espaces décrits par les blocs de coefficients x_0, x_1, x_2, x_3 et x_4, x_5, x_6, x_7 sont disjoints. Pour obtenir une base de la droite discrète, il suffit de choisir une base dans chacun des espaces associés à un bloc de coefficients, la base choisie pouvant varier entre deux blocs. En général, on choisit une seule base dont on

translate les vecteurs de M échantillons, M étant la taille du bloc élémentaire. La figure 6.18 montre les bases obtenues avec des transformées par blocs de 4 échantillons, respectivement de gauche à droite la base canonique, la transformée en cosinus et celle de Walsh. Les différentes sous-bases ne se recouvrent pas.

Dans le cas des transformées à recouvrement, la figure 6.19 montre que les bases des blocs se recouvrent sur une longueur égale à $(K - 1)M$. On génère une base de la droite discrète par des translations des vecteurs d'un bloc, pour des multiples de M .

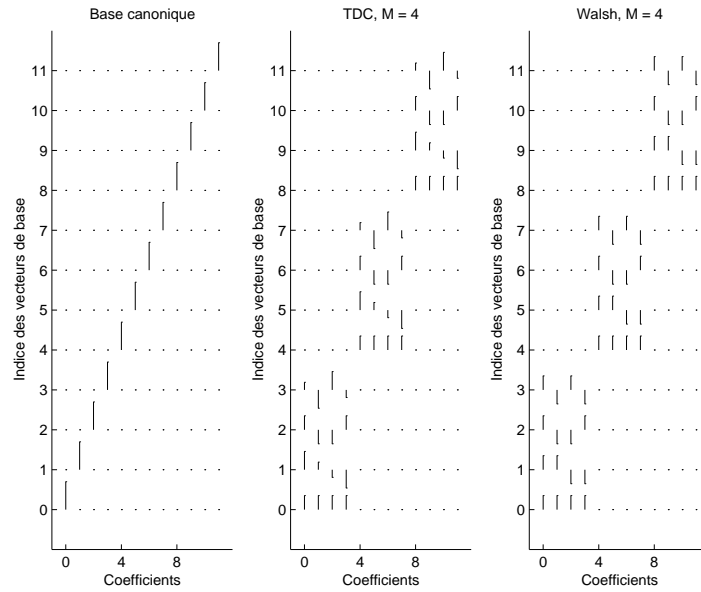


FIG. 6.18. – Bases sur une portion de la droite discrète. De gauche à droite : base canonique, base de la TDC et base de la TDW, pour 4 canaux.

6.2.10. Conclusions partielles sur les transformées étendues

Le formalisme des matrices polyphases permet de traiter plus simplement simultanément un grand nombre de transformées, par blocs ou à recouvrement. Parmi les bancs de filtres à phase linéaire, les transformées semiorthogonales à recouvrement contiennent une grande part des transformées usuelles. Ce vaste ensemble de transformées candidates pose le problème du choix d'une transformée pour une application bien précise, en particulier la compression. Les degrés de liberté contenus dans la décomposition de Givens permettent de répondre à ce problème, en permettant d'optimiser les transformées en fonction de certaines propriétés des signaux à compresser. C'est l'objet du chapitre suivant. Mais une fois optimisées, il est nécessaire d'intégrer les transformées dans un schéma de codage adapté. Ce dernier point sera abordé à la section 8.2.4.

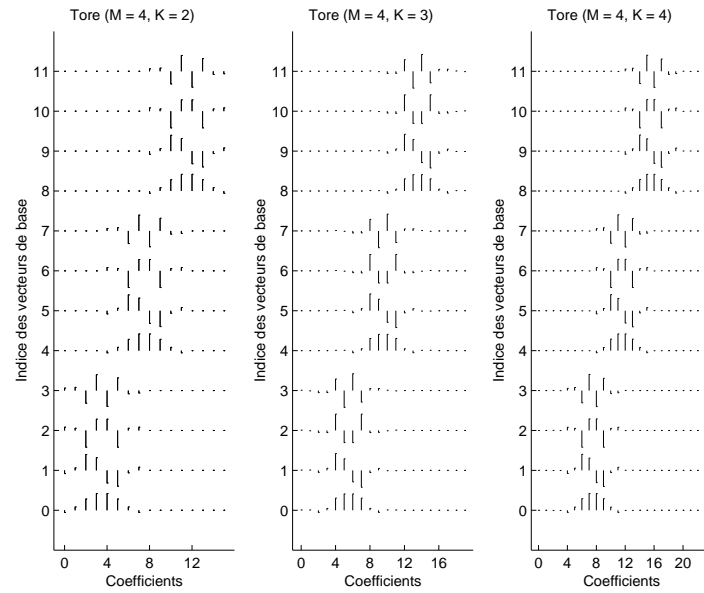


FIG. 6.19. – Bases sur une portion de la droite discrète pour des TORE à 4 canaux. De gauche à droite, les recouvrements sont respectivement de 2, 3 et 4.

7. Optimisation et modélisation

Motivations :

Nous avons défini précédemment une structure de transformées paramétrées, appelées transformées étendues. Nous définissons ici les critères d'optimisation que nous employons afin d'optimiser les transformées étendues. Cette optimisation concerne à la fois les propriétés propres du banc de filtres, mais aussi celles des signaux sismiques. Nous montrons donc notre choix de modélisation des signaux, qui permet de s'affranchir partiellement des non-stationnarités des signaux sismiques.

Résumé :

Selon le type de transformations choisi pour la compression, il existe différentes méthodes d'optimisation dépendant des signaux à comprimer. Cette étape est importante pour la compression à deux égards :

- elle permet *a priori* d'améliorer la capacité d'un algorithme à comprimer des groupes de données similaires, par opposition à l'emploi d'une transformée générique ;
- elle permet de discriminer les « bonnes » des « mauvaises » transformations, afin de simplifier le choix des transformées à employer.

Nous présentons en premier lieu les méthodes d'adaptation employées dans certains des travaux mentionnés dans l'historique (chap. 4), utilisant d'autres types de transformées. Cette section permet d'exposer les motivations et différentes approches de l'optimisation, qui cherchent à améliorer la concentration de l'information contenue dans les signaux sismiques, afin d'obtenir un meilleur rapport taux/distorsion.

Nous introduisons ensuite les différentes mesures de « compaction » que nous utiliserons. Ces mesures permettent de déterminer *a priori* la capacité des transformées à concentrer l'énergie des signaux sismiques, ou à séparer ces signaux en bandes de fréquence. Dans la mesure où les transformées que nous avons décrites sont définies par une structure paramétrée, il est possible d'optimiser les paramètres de cette structure en fonction de ces mesures de compaction. Partant ensuite de la structure des transformées étendues, nous détaillons l'idée de compaction d'énergie via le gain de codage, qui est un critère d'optimisation très employé. Nous utilisons également d'autres critères de qualité des bancs de filtres, basés sur l'atténuation des fréquences et leur sélectivité. Parmi ces critères, le gain de codage requiert une information sur le signal.

Comme les données sismiques sont souvent composées de plusieurs signaux « similaires », nous proposons une modélisation moyenne de groupes de signaux sismiques, afin de produire de « bonnes » transformées pour des groupes de signaux analogues. Cette modélisation est basée sur une estimation de la fonction d'autocorrélation des signaux sismiques, ce qui nous permet de nous affranchir en partie de l'influence des non-stationnarités des signaux sismiques.

7.1. Généralités sur l'optimisation

Le formalisme des transformées étendues offre une grande variété de transformées. En conséquence, le test de chacune d'elles pour la compression des signaux est difficilement praticable. De plus, leur performance globale est également affectée par la méthode de codage des coefficients. Il est donc souhaitable d'évaluer *a priori* la performance d'une transformée, si possible en fonction des caractéristiques des signaux. De plus, puisque ces transformées sont paramétrées, on peut espérer pouvoir les optimiser en fonction de mesures de performance *a priori*, mesures restant à définir.

L'approche la plus classique en compression de donnée consiste à concentrer l'information du signal sur un petit nombre de coefficients ou des coefficients de faible amplitude, pour en obtenir une formulation compacte du signal. Une première approche consiste à traiter différentes portions du signal indépendamment les unes des autres et à utiliser des transformées adaptées aux caractéristiques de chaque portion. On espère alors qu'avec une meilleure concentration de l'information, il sera possible de transmettre les paramètres de la transformée ou des filtres tout en assurant une meilleure compression. C'est ainsi que l'on peut calculer, par exemple, une modélisation autorégressive sur des tranches de signaux et transmettre à la fois les coefficients calculés et l'erreur de prédiction. Cette méthode a été utilisée en sismique par S. Stearns entre autres [STM92]. La segmentation réalisée doit être explicite pour la décompression.

Une seconde approche consiste à utiliser un ensemble de transformées dans lequel on peut choisir des transformées particulières en fonction du contenu du signal. Un premier exemple de cette approche est le choix d'un dictionnaire de bases. Il s'agit d'un ensemble prédéterminé de bases. On choisit ensuite la base de cet ensemble qui fournit la représentation du signal la plus « compacte » possible, pour n'avoir à conserver qu'un faible nombre de coefficients. Cette notion de compacité du signal se formalise en utilisant des critères d'énergie ou d'entropie, permettant d'automatiser la recherche de la base idéale. Il est important de noter que l'on obtient ici une base, ce qui signifie qu'on peut reconstruire parfaitement le signal en l'absence de quantification. Parmi les dictionnaires de bases classiques, on trouve la transformation discrète en paquets d'ondelettes (TDPO), que nous décrivons brièvement à la section 6.2.3. Alors que dans la transformée en ondelette, l'itération des bancs de filtres est toujours effectuée sur le dernier filtre passe-bas, la TDPO permet de décomposer toutes les sorties de filtres, dans la mesure où une décomposition supplémentaire conduit à une description plus simple du signal.

Y. Luo fut le premier, à notre connaissance, à employer cette approche [LS92]. Il s'agit à notre connaissance du premier travail publié utilisant les ondelettes pour la compression de données sismiques. Il est intéressant de noter que ses auteurs ont employé directement une approche en paquets d'ondelettes. T. Chen [Che95] et M. Wickerhauser [Wic98] emploient la même technique de TDPO. Cette approche consiste souvent à réaliser une segmentation implicite des données, généralement en restreignant le choix des décompositions à des segments de taille dyadique. C'est par exemple ce que proposèrent R.-S. Wu et Y. Wang, avec une décomposition semi-adaptative [WW99b, WW00b] par des bases locales de sinus et de cosinus. Ces bases sont des transformées discrètes en cosinus pondérées par une fenêtre en forme de cloche, de forme fixée à l'avance. F. Meyer [Mey99] adopte une technique analogue, également en fonction de critères entropiques mais un système de codage des coefficients plus perfectionné. Le deuxième exemple n'utilise plus directement la notion de base, puisqu'il consiste à définir un ensemble plus général de vecteurs, suffisamment riche pour être plus simplement capable de « bien représenter » le signal. On ne cherche pas ici à pouvoir reconstruire le signal parfaitement en l'absence de quantification, mais seulement « à l'approcher d'assez près », souvent en fonction des normes usuelles. La recherche dans le dictionnaire de vecteurs peut être réalisée de plusieurs manières. La recherche par ressemblance (*matching pursuit*) proposée par S. Mallat et S. Zhang [MZ93] fait partie des plus citées, et la recherche de base (*basis pursuit*) de D. Donoho *et al.* fut également employée en sismique [SY97].

Une troisième approche consiste à partir d'une famille paramétrée de bases. Pour chaque ensemble de paramètres, on obtient une seule base. Il faut alors choisir ces paramètres en fonction des signaux à comprimer. F. Meyer en donne également un exemple dans [Mey99], car les TLC qu'il utilise possèdent un degré de liberté, permettant d'ajuster la forme des fenêtres de pondération. Dans cet exemple, le choix du paramètre est uniquement guidé par le résultat de la compression. Il faut effectuer toute la chaîne de compression et déterminer le meilleur paramètre *a posteriori*. Là encore, la segmentation est implicite, car le choix de la meilleure base est dépendant des critères de décomposition.

Cette troisième approche peut être abordée différemment, en réalisant cette fois une segmentation explicite. On part d'une structure de transformée figée. La structure consiste à choisir une forme de banc de filtres, en fixant à l'avance le nombre M de canaux et le facteur de recouvrement K ou, de manière équivalente, le nombre de canaux et le nombre KM de coefficients par filtre. Mais l'on utilise une structure paramétrée, les paramètres faisant varier les coefficients de la transformée. Il est alors possible de faire varier les coefficients selon des critères permettant de construire de bonnes transformées, sans avoir à réaliser la compression pour tester la qualité de la transformée. T. Røsten par exemple utilise cette technique [RRA00b], au détail près que les bancs de filtres qu'il utilise ne sont pas à reconstruction parfaite, et qu'il ne décompose donc pas les signaux sur une base.

En résumé, deux critères concourent à une meilleure compression des signaux :

- le choix de la forme *a priori* des vecteurs du dictionnaire ;
- le choix des vecteurs qui servent à décomposer le signal.

Nous avons choisi une approche similaire à celle de T. Røsten, du moins pour la structure des transformées étendues (chap. 6). Comme le montrent les figures de transformées à recouvrement, par exemple la figure 6.16, p. 101), les bases générées ont des formes de fenêtres de pondération modulées, similaires à celles que peuvent avoir des transformées locales.

L'utilisation d'un banc de filtres doté d'une structure fixée à l'avance possède deux désavantages principaux :

- la segmentation des données est fixée à l'avance par le nombre de canaux et la taille des filtres alors que, dans le cas des TDPO, il est possible d'employer autant de niveaux de décomposition que nécessaire ;
- le banc de filtre fournit simplement une base, et non pas un dictionnaire dans lequel on pourrait choisir les vecteurs de décomposition les mieux appropriés.

Elle possède cependant deux avantages :

- ce choix semble cependant autoriser un contrôle plus fin de l'optimisation des transformées, en étant moins lié à une forme prédéfinie de vecteurs ;
- l'absence de possibilité de pouvoir choisir parmi plusieurs bases sera compensée par le choix des coefficients issus de la transformation, décrit à la section 8.2.4.

Dans l'approche d'optimisation que nous avons choisie, les traces sismiques provenant d'un même ensemble de données (collection en point de tir, en déport commun ou section sommée) présentent souvent des caractéristiques similaires. Nous avons choisi d'optimiser des transformées pour un jeu de signaux donné.

7.2. Critères d'optimisation

Nous avons choisi d'utiliser quatre critères de qualité objectifs. Ces différents critères sont issus du traitement du signal. Le premier de ces critères est le gain de prédiction ou de codage, mesure très classique de la capacité d'une transformation à concentrer l'énergie d'un signal. Ce critère est dépendant de propriétés statistiques du signal. Nous lui adjoignons des critères de qualité des bancs de filtres eux-mêmes, permettant de dessiner des filtres possédant une bonne atténuation hors de leur bande passante et aux fréquences d'aliasage. Ces critères sont définis ci-après.

L'analyse de l'impact de ces différents critères sur la compression permet de sélectionner les critères qui offrent les meilleurs résultats pour les signaux sismiques.

7.2.1. Gain de prédiction et de codage

Le gain de prédiction ou de codage (*prediction* ou *coding gain*) est probablement la mesure de compaction et de performance la plus utilisée en compression de signaux et d'images. Elle

permet de modéliser l'effet de la quantification sur un signal, transformé ou non, et de calculer l'amélioration obtenue en exploitant des relations de dépendance linéaire entre les échantillons. Nous introduisons en premier lieu une définition du gain de prédiction

Le codage PCM (*pulse code modulation*, soit modulation par impulsions et codage, MIC) est l'une des techniques de représentation d'un signal analogique les plus anciennes : il s'agit simplement d'un échantillonneur de signal associé à un quantificateur d'amplitude, permettant de représenter un signal sous forme numérique. On peut calculer les performances théoriques de cette forme de codage. Nous ferons les hypothèses classiques suivantes :

- le signal d'entrée x est une variable aléatoire centrée de variance σ_x^2 d'amplitude bornée par x_{\max} ;
- le quantificateur a une plage dynamique égale à celle du signal, et code les échantillons sur R bits ;
- la quantification est uniforme de pas $\Delta = 2x_{\max} / 2^R$;
- le bruit de quantification est également uniforme.

La variance de l'erreur σ_q^2 due à la quantification est alors :

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{3} x_{\max}^2 2^{-2R}.$$

On retrouve la loi classique des 6,02 dB par bit de quantification [JN84, p. 115 sq.]. On peut ensuite définir le facteur de performance ϵ_q^2 qui donne la variance de l'erreur de quantification pour un signal de variance unité :

$$\epsilon_q^2 = \sigma_q^2 / \sigma_x^2.$$

En prenant cette erreur comme référence, il est possible de calculer, du moins théoriquement, l'avantage obtenu en utilisant des schémas de codage plus élaborés. Une extension de PCM est le DPCM (*differential pulse code modulation*) ou l'ADPCM (*adaptive differential pulse code modulation*, ou MICDA). Plutôt que de quantifier l'échantillon x_i directement, on cherche à prédire une valeur \hat{x}_i et on quantifie l'erreur de prédiction $e_i = x_i - \hat{x}_i$. N. Jayant montre qu'alors la variance σ_r^2 du signal reconstruit est minimisée, sur l'ensemble des prédicteurs linéaires, par l'expression :

$$\sigma_r^2 \geq \gamma_x^2 \sigma_q^2,$$

où γ_x^2 un scalaire, inférieur à 1, qui dépend du spectre de x [JN84, p. 253]. En termes clairs, si γ_x^2 est faible (Jayant cite des valeurs de 1/8 pour la parole et de 1/16 pour les images), et si la prédiction est habile, on peut espérer réduire l'erreur de quantification d'un facteur $1/\gamma_x^2$ par rapport à la quantification directe des coefficients. Ce résultat n'est pas surprenant. Supposons pour simplifier que le signal est à variations lentes. On peut penser prédire l'échantillon x_i par

la valeur de l'échantillon précédent, si bien que $\hat{x}_i = x_{i-1}$. Comme la variation de x est lente, l'erreur de prédiction $e_i = x_i - x_{i-1}$ sera relativement faible. Si on quantifie cette erreur sur R bits, la précision sera généralement plus grande que si l'on code x_i sur le même nombre R de bits. À nombre de bits identique, l'erreur introduite est plus faible. Le gain de prédiction G_{DPCM} réalisé par rapport au codage PCM peut être défini en fonction du rapport signal à bruit (RSB) des deux méthodes de codage :

$$G_{\text{DPCM}} = \text{RSB}_{\text{DPCM}} - \text{RSB}_{\text{PCM}}.$$

Une idée analogue sous-tend le codage par transformée : avec une bonne transformation, un signal *a priori* complexe peut être représenté par quelques grands coefficients et beaucoup de petits, ce qui revient à concentrer l'énergie du signal. À ce stade, une quantification adaptée est susceptible, à nombre de bits fixé, d'introduire une erreur de reconstruction plus faible que la quantification directe des échantillons du signal.

Il est effectivement possible de mener le même raisonnement avec des transformations, et de définir un gain de codage ou gain de transformation [Mor95, p. 124 sq.] analogue au gain de prédiction défini précédemment. Dans l'hypothèse simplificatrice des modèles de signaux gaussiens centrés, l'entropie du signal est proportionnelle au logarithme de sa variance. Si l'on sépare le signal x en deux sous-bandes orthogonales de variance $\sigma_{x_0}^2$ et $\sigma_{x_1}^2$, le gain de codage sera majoré [JN84, p. 526 sq.] par une expression proportionnelle à :

$$\log \frac{\sigma_x^2}{(\sigma_{x_0}^2 \sigma_{x_1}^2)^{1/2}}.$$

Si la transformation est orthogonale, σ_x^2 est la moyenne arithmétique de $\sigma_{x_0}^2$ et $\sigma_{x_1}^2$. La transformée qui minimise la moyenne géométrique par rapport à la moyenne arithmétique est la transformée de Karhunen-Loève. On obtient une meilleure concentration de l'information quand le signal transformé est lui-même concentré dans une des deux sous-bandes. Nous utilisons une formulation du gain de codage simplifiée, dérivée de celle fournie par J. Katto *et al.* [KY91], qui permet de prendre en compte en particulier les bancs de filtres semiorthogonaux. Dans le cas de bancs de filtres uniformes et semiorthogonaux, nous notons H_i et F_i les filtres d'analyse et de synthèse. Si l'on suppose que la quantification est suffisamment fine (hypothèse dite de haute fidélité ou *high bit rate*), le gain de codage, exprimé en dB, est défini par (cf. [Mal98b]) :

$$G_c = 10 \log \left[\prod_{i=0}^{M-1} \left(\frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_x} \|F_i\|_2 \right)^2 \right]^{-1/M}.$$

Cette expression reflète la même préoccupation que précédemment : il s'agit toujours de concentrer l'énergie du signal dans un petit nombre de sous-bandes. Ce gain de codage doit avoir en théorie une valeur élevée.

7.2.2. Atténuation hors-bande passante

Le filtre d'indice i d'un banc de filtre est souvent idéalisé par une forme de boîte entre les fréquences ω_{i-1} et ω_i . Un tel filtre n'est pas réalisable avec un nombre fini de coefficients. Pour permettre une bonne séparation entre les bandes de fréquences, nous allons imposer que l'énergie des filtres soit faible hors de leur bande passante. Le critère correspondant, pour les filtres d'analyse comme de synthèse, est défini comme l'énergie totale des différents filtres hors de leur bande passante respective :

$$\begin{aligned} A_{\text{hb}}^a &= \sum_{i=0}^{M-1} \int_{\omega \in \Omega_i} |H_i(e^{j\omega})|^2 d\omega, \\ A_{\text{hb}}^s &= \sum_{i=0}^{M-1} \int_{\omega \in \Omega_i} |F_i(e^{j\omega})|^2 d\omega. \end{aligned}$$

Ces quantités doivent être les plus faibles possibles, sachant qu'une valeur nulle correspondrait à des filtres idéaux, nuls en dehors de leur bande passante.

7.2.3. Étalement de la composante continue

Dans de nombreuses applications, il est important de préserver la partie basse du spectre, qui contient souvent des éléments essentiels à la compréhension de signaux d'origine physique. De nombreuses techniques de compression avec pertes suppriment des coefficients après transformation. Les composantes haute-fréquence sont souvent les premières à disparaître. Nous allons imposer que les basses fréquences soient capturées principalement par le filtre passe-bas du banc de filtre, et que la contribution des autres filtres aux basses fréquences du signal soit faible. Pour un signal constant de valeur m , la sortie du filtre H_i de longueur L a pour valeur :

$$m \sum_{j=0}^{L-1} H_i(j)$$

en sortie. Quand le filtre est antisymétrique et de longueur paire, ce qui correspond aux filtres d'indices impairs avec nos notations, cette valeur est nulle. La contribution du banc de filtres à l'étalement de la composante continue est définie comme la somme des contributions des

filtres passe-bande et passe-haut du banc de filtre :

$$E_{cc} = \left| \sum_{i=2,4,\dots}^{M-1} \sum_{j=0}^{L-1} H_i(j) \right|.$$

Ce terme doit être faible.

7.2.4. Atténuation aux fréquences d'aliasage

La construction de bancs de filtres à reconstruction parfaite consiste à utiliser des filtres séparément imparfaits de telle sorte que les imperfections, dont l'aliasage, s'annulent entre elles. En particulier, les filtres ne sont pas parfaits, et la décimation en sortie de chaque filtre produit de l'aliasage, qui est globalement annulé sur l'ensemble des bancs de filtres d'analyse et de synthèse. C'est là une des conséquences des équations de reconstruction parfaite. Cette condition cependant n'impose aucune contrainte précise quant à l'amplitude du filtre H_i à la fréquence d'aliasage ω_i .

Par contre, dès que les coefficients après transformation sont quantifiés, l'aliasage n'est plus annulé parfaitement. Pour réduire son influence, on cherche à abaisser l'énergie du filtre H_i à la fréquence ω_i , pour qu'il ait naturellement un faible aliasage avec le filtre suivant. Le critère d'atténuation aux fréquences d'aliasage est défini comme la somme de l'énergie des filtres à la fréquence de coupure :

$$A_{fa} = \sum_{i=0}^{M-1} |H_i(e^{j\omega_i})|^2.$$

L'atténuation aux fréquences d'aliasage doit être faible. Il est à noter que ce critère est à rapprocher de l'étalement de la composante continue : pour la fréquence nulle $\omega_0 = 0$, le terme $|H_i(e^{j\omega_0})|$ se réduit à $|\sum_{j=0}^{L-1} H_i(j)|$. Ce terme s'annule pour les filtres d'indice impair. Une minimisation de l'atténuation aux fréquences d'aliasage réalise donc en partie la réduction de l'étalement de la composante continue des signaux.

7.2.5. Utilisation des critères d'optimisation

Les différents critères définis dans cette section sont calculés en fonction d'hypothèses assez fortes sur les signaux et les bancs de filtres. En particulier, l'hypothèse concernant une quantification de haute précision est rarement vérifiée dès que les taux de compression deviennent importants, et on peut considérer qu'elle est certainement irréaliste au-delà de 50. En conséquence, l'optimisation du gain de codage seul n'est pas un critère de compaction valable à tous les taux de compression. Cette affirmation sera illustrée lors de l'exposé des résultats dans la partie III. Quand les taux de compression sont très importants, les effets de seuillage tendent à devenir prépondérants face à la quantification. En conséquence, la perfor-

mance d'une transformée provient surtout de sa capacité à générer beaucoup de coefficients nuls après seuillage. S. Mallat et F. Falzon en ont fourni une intéressante analyse théorique dans [MF98]. Dans notre cas, nous avons utilisé ces différents critères comme des guides pour l'optimisation, plutôt que comme des mesures « absolues » de la capacité des transformées à compresser les données. Les bancs de filtres ainsi construits sont évalués en comprimant réellement des signaux sismiques, afin de déterminer ceux des critères de compaction qui offrent les meilleurs résultats.

7.3. Modélisation des signaux sismiques

Parmi les critères définis ci-dessus, seul le gain de codage fait intervenir les propriétés des signaux sismiques par une estimation de leur fonction d'autocorrélation. Notre but étant de construire des bancs de filtres adaptés à divers types de signaux sismiques, nous en proposons une modélisation qui interviendra dans la procédure d'optimisation des bancs de filtres.

Il est relativement classique, en compression d'images, de modéliser les signaux (lignes et colonnes de l'image) par des processus séparables. Chacun des processus séparables est souvent modélisé par un processus autorégressif, comme le montrent N. Jayant et P. Noll [JN84, p. 62 sq.]. Un signal x centré et stationnaire suit un modèle autorégressif d'ordre p (AR(p) en abrégé) si chaque échantillon dépend linéairement des p échantillons précédents et d'un bruit blanc additif de variance σ^2 . Soit u un bruit de variance unité et p coefficients réels a_i . L'expression de l'échantillon x_n prend la forme :

$$x_n = \sum_{i=1}^p a_i x_{n-i} + \sigma u_n.$$

La plupart des travaux en compression d'images naturelles utilisent des processus d'ordre $p = 1$, et un coefficient de prédiction a_1 entre échantillons de 0,9 ou 0,95 :

$$x_n = a_1 x_{n-1} + \sigma u_n.$$

Cette hypothèse permet de calculer une estimation de la matrice d'autocorrélation pour une classe de signaux, et donc d'optimiser un banc de filtres pour cette classe. La fonction d'autocorrélation r_x du signal x , normalisée par son énergie σ_x^2 , est donnée par :

$$r_x(k) = E[x(n)x(n+k)]/\sigma_x^2.$$

Elle suit alors une loi très simple. On suppose que le bruit u est décorrélé du signal x , et on en calcule l'espérance. La fonction d'autocorrélation s'exprime sous la forme :

$$r_x(k) = a_1^{|k|}.$$

Si l'on ne considère que les indices positifs, r_x suit une loi linéaire d'ordre sur les $p = 1$ coefficients précédents :

$$r_x(k+1) = a_1 r_x(k)$$

Ce résultat se généralise de la façon suivante : si le signal centré est $\text{AR}(p)$, alors sa fonction d'autocorrélation suit une loi linéaire d'ordre p . Ce résultat est très intéressant pour les signaux sismiques. Ces derniers sont généralement considérés comme non-stationnaires, même à court terme, aussi une modélisation autorégressive directe donne-t-elle des résultats difficilement exploitables. Comme leur fonction d'autocorrélation est plus lisse, nous avons choisi de modéliser directement cette dernière, d'autant qu'elle intervient directement dans le calcul du gain de codage.

Afin de pouvoir modéliser globalement des groupes de signaux similaires, nous calculons une fonction d'autocorrélation moyenne pour les signaux d'un tir sismique, par exemple. Nous modélisons enfin cette fonction d'autocorrélation $r_x^m(.)$ par une loi linéaire jusqu'à l'ordre 3 par la méthode de prédiction linéaire (LPC). Nous déterminons alors jusqu'à trois coefficients a_1, a_2, a_3 pour obtenir le modèle moyen r_x^{mm} de la fonction d'autocorrélation $r_x^m(.)$:

$$r_x^{mm}(k+3) = a_1 r_x^{mm}(k+2) + a_2 r_x^{mm}(k+1) + a_3 r_x^{mm}(k).$$

Les résultats de cette modélisation sont décrits à la section 9.3.

8. Mise en œuvre des transformées et compression

Motivations :

Nous montrons comment l'étape de transformée, utilisant soit des ondelettes, soit des transformées étendues, est intégrée dans un codeur permettant la compression effective des données.

Résumé :

Dans ce chapitre, nous détaillons le codeur employé, qui transforme les données sismiques en un fichier binaire de taille plus faible. Nous décrivons les différentes étapes que nous avons mises en œuvre pour réaliser la compression des données sismiques. Un décodeur est associé à ce codeur. Il permet de recouvrer les données comprimées à partir du fichier binaire et des coefficients des transformées employées.

Nous montrons qu'une décomposition dyadique, de type ondelette, permet de mettre en évidence des redondances résiduelles après transformation de l'image. Cette constatation a suscité le développement d'une technique de codage de coefficients par décomposition de l'image en arbres binaires. Cette technique, que nous appellerons « quantification arborescente intrinsèque » (QAI), permet de représenter efficacement une image en vue de la compression. Nous expliquons le fonctionnement de ce codage sur un exemple, et l'étendons ensuite de façon à pouvoir l'employer avec des transformées étendues dont le nombre de canaux est une puissance de deux, et non plus uniquement avec des ondelettes. Le codeur proposé réalise de façon intrinsèque la quantification et le codage entropique des coefficients.

8.1. Préliminaires à la mise en œuvre des transformées

8.1.1. Introduction

Après avoir longuement détaillé la notion de transformée, nous allons maintenant expliquer sa mise en œuvre dans un codeur. La manière la plus simple d'appliquer une transformation à une image est de transformer successivement ses lignes et ses colonnes par les transformées choisies. Elle est motivée par l'hypothèse que les informations horizontales et verticales de l'image sont séparables. Cette hypothèse semble justifiée dans le cas de données organisées

en strates comme dans une section à départ commun ou sommée, quand les événements sont horizontaux. Elle l'est beaucoup moins pour des données classées en tirs ou en points mi-lieux communs. Nous allons néanmoins utiliser ce formalisme. Comme les données sismiques possèdent des propriétés différentes dans les dimensions temporelle (verticale) et spatiale (horizontale), cette approche permet d'employer des bancs de filtres différents, selon les propriétés dans chaque direction.

8.1.2. Extension des signaux

Les transformées étendues s'appliquent par nature sur des blocs de taille supérieure aux traditionnels blocs de M échantillons, avec un recouvrement entre les blocs. En l'absence de quantification des coefficients, les ERP garantissent la reconstruction parfaite pour un signal infini, dans les limites de la précision de calcul. Si l'on utilise seulement un signal fini, la reconstruction parfaite est garantie uniquement pour les échantillons situés loin des bords. À proximité des bords, plusieurs choix d'extension sont possibles : l'extension par des zéros, par les valeurs extrêmes ou des extrapolations calculées à partir des échantillons des bords du signal, sa périodisation ou sa symétrisation. Il est également possible de modifier les filtres aux bords du signal, comme le propose H. Malvar [MS89], ou par des techniques dites de *lifting* popularisées par W. Sweldens [Swe95]. La symétrisation est souvent utilisée lorsque l'on travaille avec des filtres à phase linéaire. De Queiroz *et al.* [dR95] proposent une technique qui, dans le cas de filtres orthogonaux à phase linéaire, permet d'éviter le stockage de coefficients surabondants. On suppose que les signaux sont étendus symétriquement aux bords. Lors de la reconstruction, il suffit d'étendre les coefficients des différentes sous-bandes par symétrie ou antisymétrie, selon la parité du filtre de synthèse concerné. La reconstruction parfaite est ainsi garantie aux bords. Ce n'est pas nécessairement le cas si nous utilisons des filtres parfaits non orthogonaux. Nous avons cependant utilisé ce principe d'extension pour tous les bancs de filtres à phase linéaire utilisés dans la suite.

8.2. Schéma de compression

8.2.1. Décomposition dyadique

La décomposition dyadique en ondelettes popularisée par S. Mallat [Mal89] conduit à une représentation élégante de l'image sismique 8.1 (a) dans le domaine transformé (fig. 8.1 (b)). Les différentes échelles montrent la répartition de l'information contenue dans différentes bandes de fréquences.

Cette décomposition met en évidence que, bien que la transformation en ondelettes doive décorréler les données, il reste une redondance importante dans l'image transformée. La répétition de motifs analogues, à l'intérieur de chaque sous-bande et entre celles-ci, indique une interdépendance des coefficients. L'information est stratifiée principalement de manière horizontale,

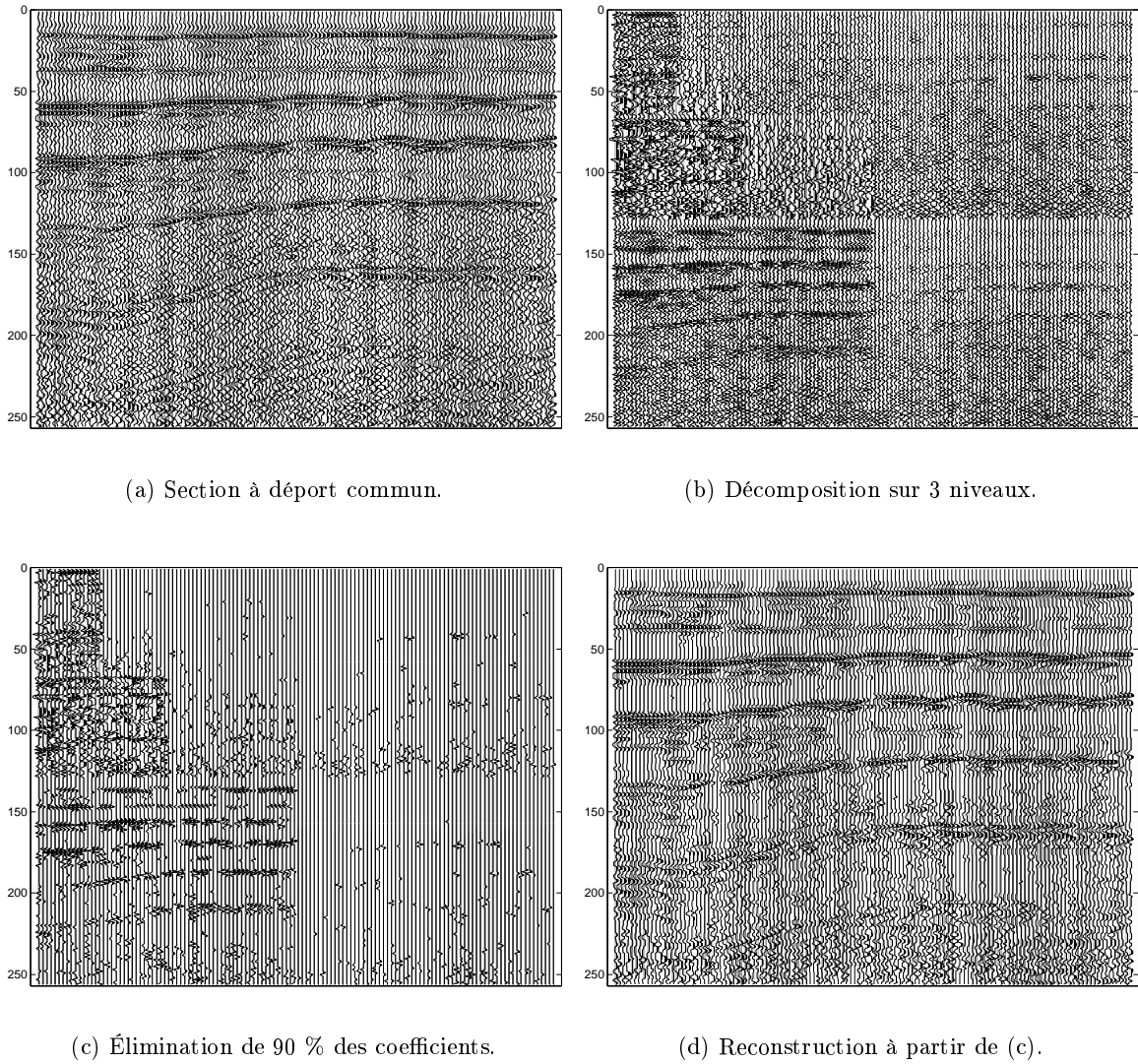


FIG. 8.1. – Compression par l'ondelette de Haar : données sismiques (a), décomposition sur trois niveaux (b), élimination de 90 % des coefficients (c) et reconstruction (d).

aussi les zones correspondant au filtrage passe-haut dans le sens horizontal comportent-elles peu d'information cohérente. On remarque enfin que le réarrangement des échelles permet de mieux regrouper les coefficients de faible module ou nuls. Ceux-ci sont situés principalement au-dessus de la première diagonale.

Nous pratiquons ensuite une compression élémentaire qui consiste à conserver seulement 10 % des coefficients (fig. 8.1 (c)) puis à effectuer la transformée en ondelettes inverse (fig. 8.1 (d)). Nous constatons que le résultat n'est pas visuellement très satisfaisant, car nous utilisons ici l'ondelette de Haar et une quantification peu élaborée. Nous observons cependant que garder un coefficient sur 10 permet de conserver une grande part des informations géophysiques évidentes. Mais ce n'est bien sûr pas suffisant.

Plusieurs auteurs ont découvert qu'outre la décorrélation offerte par la transformée et le codage entropique subséquent, il est intéressant d'exploiter la structure de dépendance intra- et inter-blocs de l'image transformée. Plus précisément, il est intéressant d'identifier les zones de l'image transformée 8.1 (c) contenant essentiellement des coefficients nuls après quantification. On observe en effet que ces zones se répètent approximativement de sous-bandes en sous-bandes analogues dans le plan temps-échelle. Il convient alors de trouver une façon efficace de représenter cette structure hiérarchique entre sous-bandes, et de coder globalement les zones nulles, en faisant intervenir des arbres binaires. De manière analogue, on peut remarquer que les informations sismiques latérales se répètent également entre les sous-bandes analogues. Leur représentation hiérarchique peut également être un atout pour la compression.

Nous appellerons ce type de représentation la « quantification arborescente implicite » (QAI), car elle permet de réaliser après transformation à la fois la quantification, le réarrangement des coefficients et leur codage entropique. Son efficacité soulage la compression d'une partie des opérations d'optimisation après la transformation, comme le choix d'une quantification optimale et d'un codage entropique adapté aux propriétés statistiques des données.

Le travail-phare dans ce domaine est l'article de J. Shapiro [Sha93]. Ce dernier introduit une notion popularisée sous le nom d'*Embedded Zerotree Wavelet*. Cette technique a été éclaircie par A. Said et W. Pearlman [SP96]. Leur algorithme SPIHT (*Set Partitioning In Hierarchical Trees*) a connu une grande popularité dans le domaine de la compression d'images naturelles et médicales, codées sur 8 à 12 bits. Il est souvent considéré comme un codeur de référence. Nous allons rappeler leur principe de fonctionnement avec les ondelettes, montrer son extension aux transformées possédant un nombre de canaux égal à une puissance de 2 et proposer une extension de ce schéma pour des transformées de taille différentes dans les directions horizontale et verticale.

8.2.2. Arbres binaires et ondelettes

La figure 8.2 représente schématiquement une image décomposée par trois niveaux de transformée en ondelettes. Chaque zone de forme carrée représente une sous-bande différente.

La sous-bande située dans la partie supérieure gauche de l'image représente une version trois fois filtrée passe-bas et sous-échantillonnée d'un facteur 8 dans les sens horizontal et vertical. Cette imagerie basse-fréquence représente l'image originale à faible résolution, comme on peut le voir sur la figure 8.1 (b).

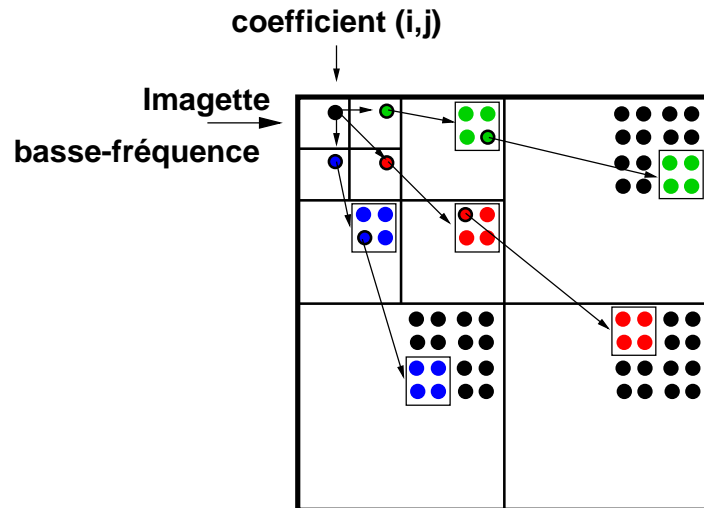


FIG. 8.2. – Représentation d'un arbre binaire.

Le coefficient de coordonnées (i, j) de cette imagerie, représenté par un point noir, est appelé « coefficient père ». Du fait du filtrage et de la décimation d'un facteur 2 de la transformée en ondelettes, les trois coefficients adjacents, cerclés de noir, proviennent de la même région de l'image que le coefficient père. On les appelle ses enfants. Chacun de ces enfants possède à son tour quatre enfants, représentés dans la même couleur. La descendance s'interrompt sur les bandes extérieures, où les coefficients sont les derniers de leur espèce. La relation de descendance est indiquée sur la figure par une flèche. On appelle $A(i, j)$ l'arbre formé d'un coefficient père et de tous ses descendants. Sur la figure 8.2, l'arbre $A(i, j)$ est formé de tous les points représentés, et des relations de descendance. L'ensemble formé par tous les arbres $A(i, j)$ issus d'un coefficient de l'image basse-résolution forme une partition de l'image transformée.

L'observation de nombreux types de signaux semble indiquer la loi empirique suivante : si un coefficient fils est faible, à un niveau de décomposition donné, ses enfants directs le sont probablement. Cette loi se propage de génération en génération. À la limite, si un coefficient est nul, il est à parier que tous ses descendants le sont également. A. Said et W. Pearlman proposent un parcours de ces arbres, par plans de bits successifs. Le processus est analogue au codage par plans de bits, décrit au chapitre 3.5.2. Les coefficients d'un arbre sont comparés à un seuil s . Si les descendants sont tous inférieurs à ce seuil, le codage s'arrête à ce niveau, indiquant que les bits de poids fort supérieur à s de cette branche sont nuls, et qu'il n'est pas nécessaire de les coder. Le seuil est alors divisé par 2, et le processus recommence sur le plan de bits suivant.

Plus précisément, on choisit un seuil s_0 en fonction du coefficient d'amplitude maximale :

$$s_0 = \frac{1}{2} \max_{i,j} |\tilde{v}_{i,j}|.$$

On en déduit une suite de seuils $s_k = s_{k-1}/2$. Les coefficients sont parcourus deux fois pour chaque seuil s_k : le premier parcours, dit de dominance, repère les coefficients significatifs, selon qu'ils sont supérieurs ou inférieurs au seuil s_k . Le second parcours, dit d'affinage, décrit les bits $b_{i,j,k}$ nécessaires pour affiner le codage, en oubliant les bits de poids forts déjà codés. Le coefficient $\tilde{v}_{i,j}$ est ainsi représenté par la liste $(1_{i,j}, b_{i,j,k+1}, b_{i,j,k+2}, \dots)$. Une liste L des coefficients $b_{i,j,k}$ est tenue à jour pour représenter globalement les coefficients selon qu'ils sont significatifs ou pas.

L'économie réalisée par cette méthode est analogue à celle réalisée pour le codage par plans de bits. Cependant, la position des coefficients est ici en partie implicite, car ils sont regroupés dans des arbres prédéterminés. Cette approche peut encore être améliorée. J. Shapiro et A. Said proposent, à chaque test d'un coefficient, d'émettre un symbole permettant de mieux décrire son état et celui de ces descendants. Les quatre symboles employés par J. Shapiro sont les suivants :

1. Le symbole **P** est émis pour un coefficient positif supérieur au seuil ;
2. **N** représente un coefficient négatif supérieur au seuil ;
3. **A** est la racine d'un arbre dont tous les coefficients sont inférieurs au seuil ;
4. **Z** est un zéro isolé : il est inférieur au seuil mais sa descendance contient au moins un coefficient supérieur au seuil.

Le codage des arbres correspond à une suite de symboles. Ces symboles peuvent ensuite être encodés par codage arithmétique adaptatif pour améliorer le taux de compression final. On peut dire que cette approche ressemble au codage d'un nombre réel : on obtient une précision supplémentaire en ajoutant des décimales.

La quantification est réalisée implicitement en stoppant le codage quand le nombre de bits fixé est atteint. On néglige alors les coefficients résiduels et les bits de poids faible des autres coefficients. De cette façon, un grand nombre de coefficients nuls, ou inférieurs au seuil s de l'arrêt du codage, sont codés globalement par un unique symbole. À chacun de ces symboles est associé une zone carrée de taille variable. Il s'agit implicitement d'une forme de quantification vectorielle. Elle est associée à une quantification scalaire de pas 2. Le codage entropique est, lui, réalisé dans la structure arborescente et le codage arithmétique. Nous renvoyons vers les articles de J. Shapiro, de A. Said et W. Pearlman et enfin de G. Davis et S. Chawla [Sha93, SP96, DC97] pour plus de détails. Ce dernier article explique plus précisément pourquoi les différents types de QAI (quantification arborescente implicite) proposés au cours des dernières années sont efficaces. Pour montrer l'utilisation pratique de ce codage, nous présentons maintenant un exemple simplifié d'une image contenant seize coefficients.

8.2.3. Un exemple de codage arborescent

Nous considérons l'image représentée par la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} 24_{(1)} & -17_{(2)} & 23_{(5)} & -4_{(6)} \\ -7_{(3)} & 5_{(4)} & 12_{(7)} & -11_{(8)} \\ -18_{(9)} & -9_{(10)} & 12_{(13)} & -8_{(14)} \\ 6_{(11)} & 2_{(12)} & 3_{(15)} & 1_{(16)} \end{pmatrix}.$$

Cette matrice correspond à une transformée en ondelettes sur deux niveaux d'une image de taille 4×4 . Le coefficient 24 est la moyenne de l'image, le bloc

$$\begin{pmatrix} 23_{(5)} & -4_{(6)} \\ 12_{(7)} & -11_{(8)} \end{pmatrix}$$

situé dans le quart supérieur droit correspond à l'image filtrée passe-haut dans le sens horizontal et passe-bas dans le sens vertical. Les nombres en indice donnent l'ordre dans lequel les coefficients sont parcourus, à l'intérieur de chaque sous-bande et entre celles-ci. Il s'agit d'un codage partiellement en zigzag. On fixe le premier seuil s à 16. Le coefficient $c_1 = 24$ est supérieur à s et positif. Son code est donc **P**. Le coefficient $c_2 = -17$ est supérieur à s en module et négatif. Son code est donc **N**. Le coefficient $c_3 = -7$ est inférieur à s , mais un de ses descendants c_9 est égal à 18. C'est donc un zéro isolé, de code **Z**. Par contre, c_4 est inférieur à 16, et ses descendants, appartenant au bloc

$$\begin{pmatrix} 12_{(13)} & -8_{(14)} \\ 3_{(15)} & 1_{(16)} \end{pmatrix},$$

le sont également. En conséquence, pour ce seuil, c_4 et ses descendants sont codés par **A**. On poursuit le codage par c_5 . À partir de ce moment, les coefficients résiduels n'ont plus de descendants. On les code en **P**, **N** ou **A**. Le coefficient c_5 est positif, supérieur au seuil, codé par **P**. En poursuivant cette analyse, on aboutit à la suite de symboles **PNZAPAAANAAA**. Il n'y en a que douze, car les quatre coefficients descendant de c_4 sont codés globalement avec celui-ci par le premier symbole **A**. Il reste à affiner les quatre coefficients significatifs. Le signe et le bit de poids fort est codé par **P** ou **N**. En regardant l'expression binaire des quatre coefficients significatifs :

$$\begin{aligned} 24 &\hookrightarrow 11000_2, \\ 23 &\hookrightarrow 10111_2, \\ 18 &\hookrightarrow 10010_2, \\ 17 &\hookrightarrow 10001_2, \end{aligned}$$

nous en déduisons que les bits d'affinage sont ceux de rang 2, et s'écrivent donc 1000. Le plan de bits suivant est codé en prenant un nouveau seuil $s = 8$ et en parcourant à nouveau les arbres binaires.

8.2.4. Arbres binaires et transformées

Le codage par arbres binaires, décrit dans les sections précédentes, semble sous cette forme dépendant de la décomposition dyadique en ondelettes. Il serait intéressant de pouvoir l'employer dans un contexte plus général, avec les transformées étendues. Cela est possible sous certaines conditions, grâce à un réarrangement.

Reprenons pour cela l'exemple du banc de filtre de Haar, développé au chapitre 5.2. Il est possible de passer de la représentation par blocs à la représentation par octaves en séparant les coefficients basse et haute-fréquence. La transformée en ondelettes revient à itérer le processus sur la partie basse-fréquence. Sous cet angle, une transformée à deux canaux est équivalente à un étage de décomposition en ondelettes. La figure 8.3 représente dans sa partie supérieure deux blocs de huit coefficients, issus d'une transformée à huit canaux. Ces coefficients sont regroupés suivants leur « fréquence » : les coefficients basse-fréquence b_1 et b_2 sont juxtaposés, car leur ensemble représente la partie basse-fréquence des deux blocs pris ensemble. On juxtapose de même les coefficients de fréquence supérieure, comme indiqué par les flèches. Le regroupement permet ici de représenter une transformée à $2^3 = 8$ canaux comme une transformée en ondelette à 3 niveaux.

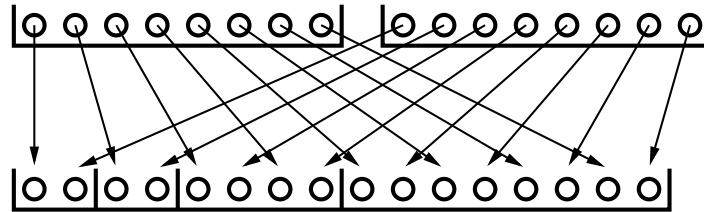


FIG. 8.3. – Équivalence entre les décompositions dyadique et uniforme en une dimension.

On peut appliquer le même procédé en deux dimensions, sur une image. Si l'on regarde de nouveau un arbre binaire isolé, sur 3 niveaux, on peut le représenter sous la forme d'une imagerie de 8×8 coefficients, comme après transformation par une transformée à 8 canaux. L'opération duale consiste à redéployer chaque bloc de 8×8 coefficients en un arbre. Le réarrangement global pour passer de la vision en blocs à la vision dyadique est représenté dans la figure 8.4. Les points noirs de l'image de droite sont les coefficients basse-fréquence pour chaque bloc de coefficients transformés. Ils ont regroupés en une imagerie basse-fréquence de l'ensemble de l'image. Cette imagerie est représentée par le carré noir situé en haut à gauche de la figure de gauche.

Il est possible d'utiliser ce réarrangement dès que le nombre de canaux M est une puissance

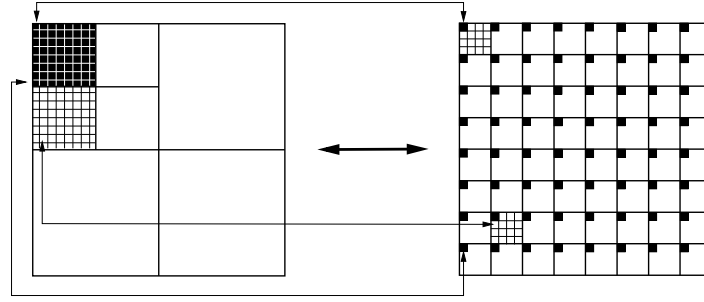


FIG. 8.4. – Équivalence entre les décompositions dyadique et uniforme en deux dimensions.

de 2, soit $M = 2^L$. Chaque transformée à M canaux correspond à L niveaux de décomposition dyadique.

Z. Xiong *et al.* [XGO96] ont utilisé ce schéma avec une TDC à 8 canaux. L'idée de regrouper les bandes de fréquence analogues leur a permis d'obtenir de meilleurs résultats que le format JPEG, et même des résultats très proches voire supérieurs au codeur de J. Shapiro. Suivant la taille de l'imagette basse-fréquence, on peut encore améliorer la décorrélation en la décomposant par un ou plusieurs niveaux d'ondelettes. Nous remarquons enfin que les données sismiques possèdent une forte dissymétrie entre leurs propriétés verticales et horizontales. Dans le schéma exposé ci-dessus, les transformées dans les deux directions, horizontale et verticale, doivent posséder le même nombre de canaux.

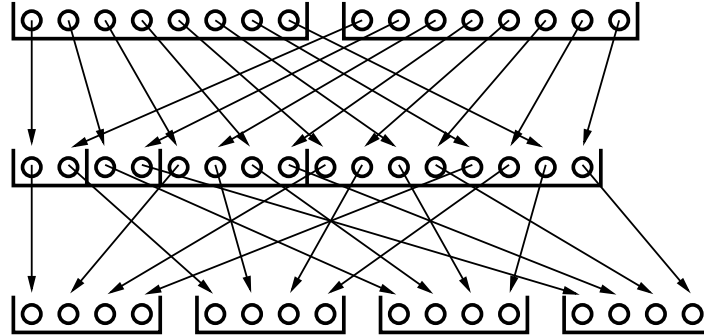


FIG. 8.5. – Équivalence entre deux décompositions uniformes.

Nous en proposons une légère amélioration. Il suffit pour cela de constater que l'on peut convertir une transformée à 2^L canaux en $2^{L'}$ canaux, et réciproquement. Si $L \leq L'$, on obtient la décomposition passe-bas en rassemblant $2^{L'-L}$ blocs. Cette astuce est en fait une généralisation du passage d'une transformée à 2^L canaux vers une transformée à 2 canaux. Elle est représentée dans la figure 8.5, en se servant de la décomposition dyadique comme étape intermédiaire.

8.2.5. Conclusions

Le codage par quantification arborescente implicite possède de nombreux atouts. Il est de plus en plus employé dans des codeurs d'images et de vidéo. Son principe fait partie du standard JPEG 2000¹, successeur annoncé du format JPEG. Nous l'utilisons dans ce travail pour quatre raisons principales :

Performance

Le codeur proposé produit des résultats performants par rapport un codage classique utilisant la quantification et le codage de Huffman, comme nous le montrerons dans la partie III exposant les résultats.

Simplicité (relative)

Il intègre les opérations de quantification et de codage entropique, permettant de se concentrer sur l'étape de transformation.

Intérêt pour la comparaison des transformées

L'extension que nous en proposons permet d'intégrer les transformées étendues dont le nombre de canaux est une puissance de deux. En l'absence de codeur de référence pour les données sismiques, il nous permet de justifier la pertinence du choix des transformées étendues pour la compression de données sismiques et de proposer des successeurs aux transformées en ondelettes qui ont longtemps servi de référence pour la compression en géophysique.

Intérêt pratique de l'algorithme pour l'acquisition et la visualisation

D'un point de vue plus pratique, la QAI permet, à partir de données comprimées, d'extraire simplement une information de faible précision pour le contrôle-qualité. Du fait de la concentration d'énergie réalisée par l'étape de transformation, cette technique permet également de prévisualiser des données comprimées en utilisant seulement un nombre réduit de coefficients. Elle est enfin un procédé de compression à mémoire. Supposons que l'on dispose de données comprimées d'un facteur 10. Si l'on utilise uniquement le premier dixième du flux binaire, on obtient une compression de facteur 100. Si l'on utilise les deux premiers dixièmes, on obtient une compression d'un facteur 50, etc. Cette propriété possède trois avantages :

- en cas d'interruption de transmission, il reste possible de récupérer dans les données transmises au moins une version comprimée des données. Le facteur de compression dépend alors de l'emplacement où l'interruption s'est produite dans le train binaire ;
- si les besoins en compression pour la transmission sont mal définis, il est possible de transmettre le flux bit à bit jusqu'à ce que la qualité requise soit atteinte pour chaque jeu de données à comprimer, par exemple pour chaque point de tir ;
- il est encore possible de comprimer partiellement les données pour la visualisation, et même d'extraire un sous-bloc des données en décompressant uniquement quelques blocs adjacents, leur nombre dépendant de l'étendue du recouvrement dans chaque direction.

¹Ce standard n'est pas entièrement disponible à l'heure actuelle. On peut trouver une information mise à jour sur le site www.jpeg.org.

Troisième partie .

Applications : compression et
débruitage

9. Compression : résultats objectifs

Motivations :

Nous cherchons à déterminer un premier algorithme de référence pour la compression des signaux sismiques. Nous le choisissons basé sur les ondelettes et non adapté aux signaux. Nous montrons ensuite qu'il est préférable d'adapter les transformées employées aux signaux, en optimisant différents critères objectifs décrits au chapitre 7.2. Nous comparons différentes techniques de compression en fonction de mesures de qualité objectives, de type rapport signal/bruit. Deux aspects principaux nous intéresseront :

1. comparer l'intérêt relatif des ondelettes et des transformées étendues pour la compression des données sismiques, en employant le même schéma de compression ;
2. comparer nos résultats à d'autres algorithmes, sur différentes données de test.

L'exposé des résultats pour divers types de données et de mesures de distorsion nous permettra de pointer quelques limitations des mesures objectives.

Résumé :

Nous avons choisi de présenter les résultats de façon à motiver au fur et à mesure les choix techniques effectués. Nous validons en premier lieu l'emploi du codage arborescent avec des ondelettes semiorthogonales. Nous en comparons ses performances avec celles d'un algorithme de T. Chen, basé sur les paquets d'ondelettes, sur un ensemble de données sismiques. Cette comparaison permet de sélectionner un algorithme de compression de référence. L'algorithme choisi est basé sur les ondelettes semiorthogonales avec quantification arborescente. Il est dit « générique » dans la mesure où la transformation employée est indépendante des données à compresser.

Nous détaillons ensuite les résultats de la modélisation des données sismiques et de l'optimisation des transformées. En utilisant le même schéma de codage, nous utilisons dans un premier temps une combinaison de transformées en cosinus discrètes (TDC) et de TOR de H. Malvar. Les résultats obtenus n'étant pas entièrement satisfaisants, nous utilisons ensuite des transformées étendues plus générales. Ces derniers résultats permettent de mesurer l'intérêt qu'il y a à employer des transformées à support plus étendu que sont les TSORE.

Comme nous souhaitons utiliser cet algorithme pour la compression à l'acquisition, nous montrons l'influence considérable que peut avoir un prétraitement simple qui consiste à éliminer les traces raides et erronées des points de tir. Le codage arborescent, adapté aux trans-

formées étendues, est enfin confronté à d'autres algorithmes de compression. Comme nous ne préjugeons pas ici des taux de compression utilisables, nous effectuons les tests sur une large gamme de taux allant de 5 à 100.

Nous discutons enfin de la question des seuils d'erreurs, des taux de compression limite, et de la pertinence des critères objectifs.

9.1. Données sismiques, critères de qualité

9.1.1. Choix des données

Il n'existe pas à l'heure actuelle de corpus de données sismiques normalisé pour la comparaison des méthodes de compression. Nous avons choisi d'employer des données réelles, car les résultats de compression sur des données synthétiques peu ou pas bruitées [WW00a] sont en général difficilement transposables au cas réel [Che95, p. 28]. Nous avons utilisé des données provenant principalement de l'IFP. Ces données employées sont codées sur 32 bits à l'origine. Dans un souci de privilégier les besoins à l'acquisition, et pour tenter d'utiliser des données représentatives de la variété des données sismiques, nous avons principalement testé des collections en point de tir, en terrestre et marine. Il est également possible de réarranger les données d'acquisition en déport commun, ce qui en donne généralement une représentation plus structurée dans la direction horizontale. Nous avons également mené des expériences sur ce type de données provenant de Statoil, qui ont servi aux tests comparatifs proposés dans l'article de T. Røsten *et al.* [RRA00b]. L'une de ces collections à déport commun est également utilisée dans un autre article coécrit avec T. Røsten [DR00]. Enfin, pour motiver les possibilités de stockage des données sous forme comprimée, nous avons également testé la compression de sections sommées provenant des données en point de tir. La figure 9.1 représente quelques exemples de ces signaux.

Ces données n'ont pas toujours le format « presque carré » des images classiques. Le tir terrestre de la figure 9.1 (a) contient par exemple 4000×89 échantillons. Cette propriété indique que les propriétés des signaux horizontaux et verticaux de ces images sismiques seront probablement différentes, ce que nous vérifierons.

Nous avons pu voir lors de la section historique (sec. 4.2) que la qualité des données après compression/décompression peut être améliorée par des prétraitements, réversibles ou non, de filtrage, de correction d'atténuation, etc. On remarque par exemple que les tirs représentés dans les figures 9.1 (a–b) comportent des traces raides et des traces bruitées. Nous avons choisi ici de comparer différentes méthodes de compression de façon pratique, sans requérir d'interaction complexe de l'opérateur. Ces prétraitements sont généralement intimement liés à la nature des données, et par conséquent difficilement reproductibles sur d'autres jeux de données. Nous avons donc décidé de ne pas effectuer de prétraitement complexe. Ce choix permet de ne pas masquer artificiellement les dégradations réelles causées par la compression. Seules les données

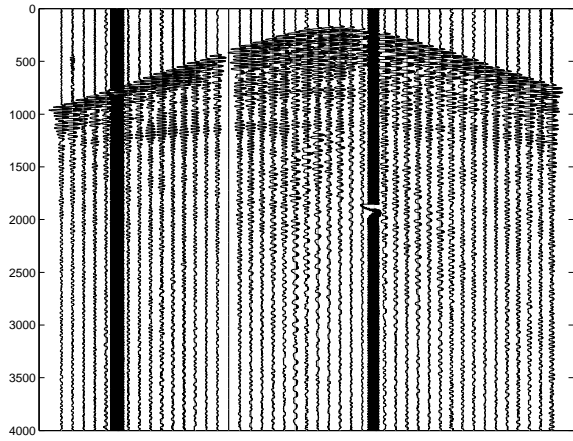
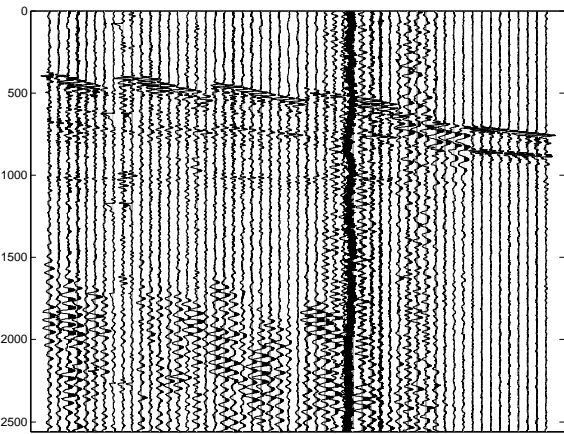
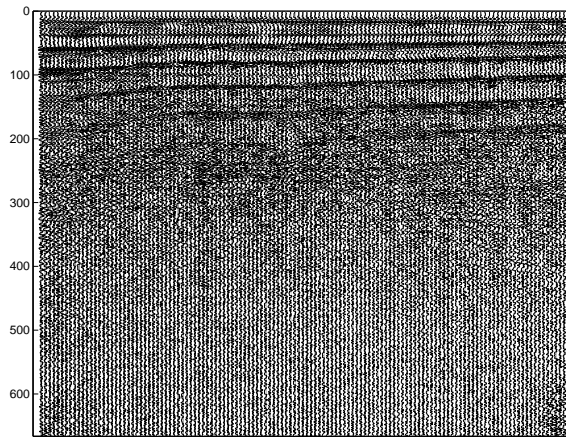
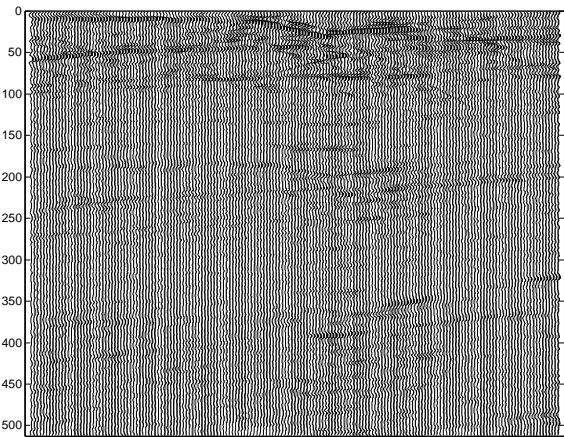
(a) Tir terrestre (4000×89).(b) Tir marine (2560×60).(c) Section à départ commun (665×505).(d) Section sommée (512×512).

FIG. 9.1. – Quelques exemples de données sismiques employées pour les tests de compression.

en déport commun provenant de Statoil ont subi une égalisation d'amplitude préalable, décrite dans [RRA00b]. Nous montrerons cependant l'influence importante de la simple suppression des traces perturbées sur la compression de points de tir, opération qui peut être réalisée automatiquement.

9.1.2. Rappel sur les critères de qualité employés

Le critère de rapport signal/bruit quadratique classique (RSBq) est le plus employé en sismique. Cependant, afin de mettre en évidence que ce critère n'est ni le seul utilisé, ni le mieux adapté, nous analyserons objectivement les dégradations des signaux avec trois autres critères d'erreur décrits à la section 3.7. Nous les rappelons brièvement ici : le RSB absolu (RSBa) est calculé sur les valeurs absolues des amplitudes de l'erreur, et non plus leurs carrés. Il a été employé dans les articles de E. Reiter et A. Vassiliou [Rei96, VW97]. Le RSB infini (RSBi) mesure l'erreur maximale. Il est employé par exemple dans [SP78, SY97]. Le RSB médian (RSBm) est une tentative pour pondérer l'impact des valeurs extrêmes des erreurs et nuancer la mesure de RSB absolu. Il est calculé à partir de la médiane de la valeur absolue des erreurs. Toutes ces mesures sont exprimées en décibel (dB) pour conserver l'homogénéité des courbes taux/distorsion.

9.2. Comparaison entre ondelettes et paquets d'ondelettes

9.2.1. Compléments sur les algorithmes employés

Dans les sections suivantes, nous effectuons une première comparaison avec le codeur proposé par T. Chen [Che95], afin de disposer d'un algorithme de référence pour la suite des tests. T. Chen réalise une transformée par paquets d'ondelettes, suivie de seuillage et d'un codage de Huffman. Il utilise des ondelettes orthogonales de Daubechies [Dau92] et de type coifflets [AH92, p. 339]. Ce programme est disponible sur le site www.cwp.mines.edu/software.html, comme élément de la suite logicielle *Seismic Unix*. Nous utilisons de notre côté le codage arborescent en ondelettes décrit à la section 8.2.2, avec plusieurs ondelettes semiorthogonales.

Nous n'utilisons pas encore de résultats d'optimisation, car les filtres d'ondelettes employés ne sont pas optimisés en fonction des signaux. Les ondelettes semiorthogonales que nous avons utilisées sont décrites dans l'article de J. D. Villasenor *et al.* [VBL95, p. 1056]. Nous en présentons trois qui donnent de bons résultats pour les données sismiques, la meilleure semblant être la célèbre ondelette 9/7. Elle a été popularisée par son emploi pour la compression d'empreintes digitales par le FBI et également utilisée dans le codeur d'images SPIHT de A. Said et W. Pearlman [SP96] ainsi que dans le futur standard JPEG 2000. Cette ondelette très utilisée en compression d'images donne également de bons résultats dans le cas des données sismiques. Elle a été utilisée en sismique par P. Donoho [DEV95], A. Vassiliou [VW97], E. Reiter [RH94] et G. Bernasconi [BRAB99]. Les autres ondelettes sont dénommées 9/3 et 5/3 en raison de

la longueur des filtres qui servent à les synthétiser. Les coefficients des filtres passe-bas H_B et passe-haut H_H sont donnés dans la table 9.1. Tous les filtres sont symétriques, de longueur l impaire, et seuls sont reportés les $(l + 1) / 2$ derniers coefficients, à partir du coefficient médian h_0 . On déduit les autres coefficients par symétrie, $h_{-j} = h_j$.

Filtres	Longueur	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4
H_B	9	0.8527	0.3774	-0.1106	-0.0238	0.0378
H_H	7	0.7885	0.4181	-0.0407	-0.0645	
H_B	9	0.9943	0.4198	-0.1768	-0.0663	0.3314
H_H	3	0.7071	0.3536			
H_B	5	1.0607	0.3536	-0.1768		
H_H	3	0.7071	0.3536			

TAB. 9.1. – Coefficients des filtres semiorthogonaux d'ondelettes 9/7, 9/3 et 5/3.

9.2.2. Performances sur des tirs sismiques de même nature

La première question que nous nous posons concerne la répétabilité des expériences de compression. En d'autres termes, les performances d'un algorithme de compression sur un jeu de données restent-elles valides pour un autre jeu de données présentant des propriétés analogues ? On peut considérer comme de même nature des données obtenues avec le même dispositif d'acquisition, le même échantillonnage, sur des zones de terrain proches. Une réponse positive à cette question permettrait :

- de justifier l'exposé des résultats sur un petit nombre de signaux considérés comme représentatifs, au lieu de requérir des résultats plus exhaustifs ;
- de valider l'emploi de la même méthode de compression pour les données provenant d'une même campagne d'acquisition ou d'un même ensemble de tirs.

Nous présentons dans cette section les performances obtenues sur deux points de tirs provenant de la même acquisition en sismique terrestre. Les données sont de même taille : même nombre de capteurs et échantillons. Elles sont de plus macroscopiquement très semblables : spectres très proches, niveaux de bruit analogues, etc. Les résultats de termes de distorsion sont rassemblés dans la figure 9.2. La courbe figurée par des cercles donne la performance des paquets d'ondelettes de T. Chen, les courbes continues ou brisées celles des ondelettes semiorthogonales associées au codage arborescent.

Notre première constatation générale sur la compression est la dégradation globale de la qualité avec la compression. Cette dégradation est caractérisée par la diminution globale des mesures de RSB avec l'augmentation du taux de compression. Cette constatation est très classique. Ce résultat n'est pas étonnant pour le RSB quadratique. En effet, la plupart des techniques de compression de signaux physiques tendent à conserver les coefficients d'énergie maximale. Si la transformation employée conserve l'énergie, comme par exemple une transfor-

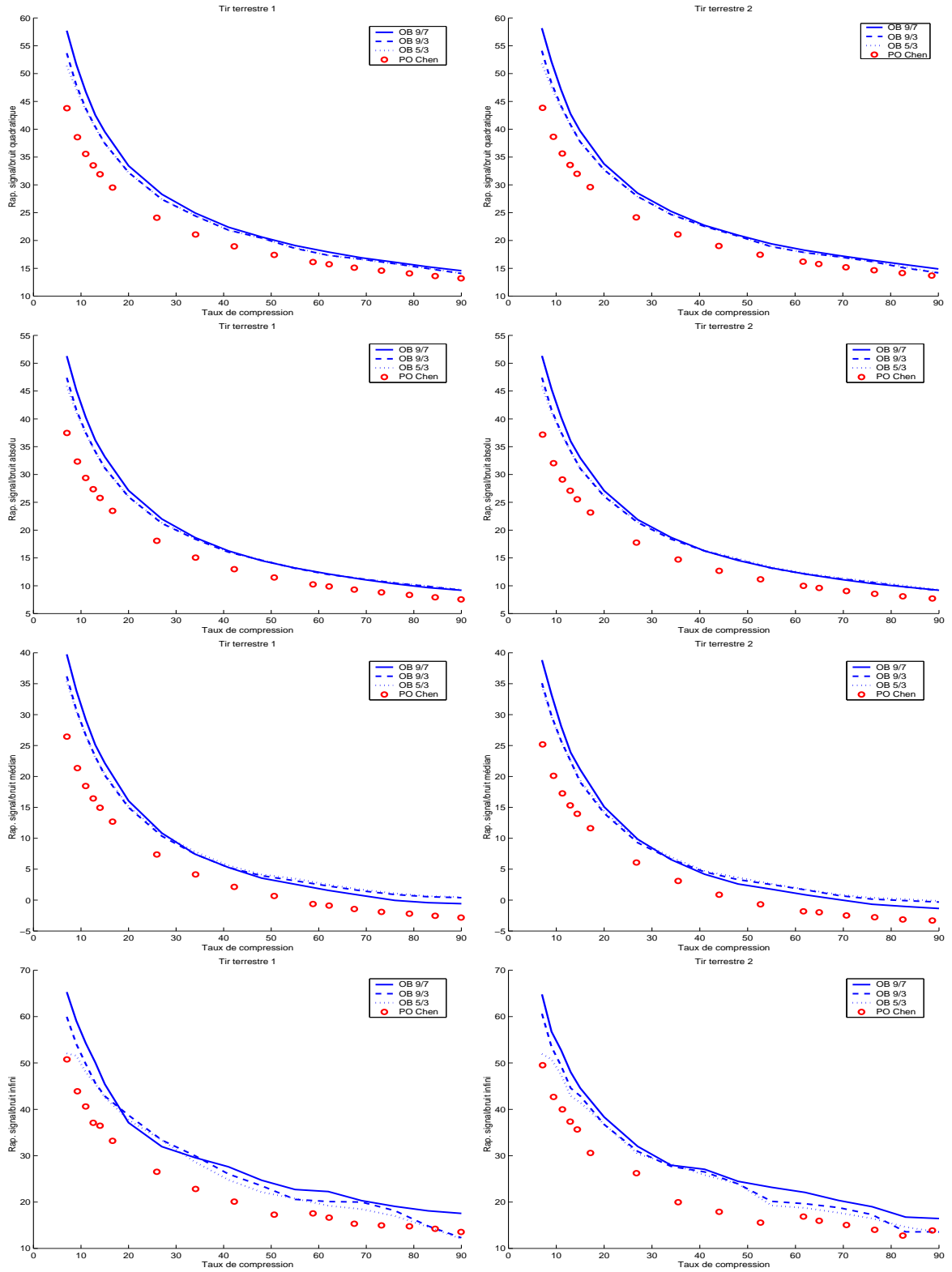


FIG. 9.2. – Ondelettes : mesures d'erreur sur des tirs terrestres analogues. Comparaison pour différentes ondelettes semiorthogonales (OB) et paquets d'ondelettes de T. Chen (PO Chen).

mée orthogonale, on peut penser intuitivement que le RSB quadratique doit être décroissant avec le taux de compression. Ce résultat serait exact si l'on transmettait les coefficients un à un dans un ordre d'amplitudes décroissantes, qui correspond au codage par amplitude décrit à la section 3.5.1. Ce n'est pas assuré dans la pratique, ne serait-ce que parce que les transformées semiorthogonales ne conservent pas l'énergie du signal, ou que le codage des coefficients est généralement plus élaboré que le simple codage par amplitude. Néanmoins les différentes courbes de RSB lissés semblent décroître avec le taux de compression. La courbe taux/distorsion correspondant au RSB infini n'est cependant pas strictement décroissante. On peut le voir par exemple entre des taux de 50 et 60 pour l'algorithme de T. Chen. Ce résultat peut sembler surprenant, mais à un taux de compression particulier peut se produire une erreur localisée mais de grande amplitude. Cette erreur a un impact important sur le RSB absolu, et bien moindre sur les RSB lissés, par effet de moyenne. L'existence de telles erreurs dépend fortement de l'algorithme de compression employé.

La seconde constatation est l'apparente similitude des résultats. Les différents algorithmes de compression conservent à peu près les mêmes performances d'un tir sur l'autre pour les trois mesures de RSB quadratique, absolu et médian. De plus, la hiérarchie entre les quatre algorithmes (par paquets d'ondelettes et pour les trois bancs de filtres en ondelettes) est globalement la même sur la plage de taux de compression allant de 5 : 1 à 90 : 1. Cette constatation est à nouveau moins pertinente pour le RSB infini, qui montre des fluctuations importantes entre les deux points de tir. Ces variations ne sont pas étonnantes : les trois premières mesures sont lissées, car obtenues par une forme de moyenne sur les erreurs. Le RSB infini est calculé à partir de l'erreur maximale uniquement ; il n'y a donc pas d'effet de moyenne pour pondérer une erreur importante mais localisée.

On observe également que la hiérarchie entre les différentes méthodes de compression (fig. 9.2) varie à la fois selon la mesure choisie et le taux de compression. Il est donc difficile de décider globalement de la supériorité de l'une d'entre elles. Par exemple, l'ondelette 9/7 possède uniformément un meilleur RSB quadratique que les ondelettes 9/3 et la 5/3, avec le même codeur arborescent, et ce sur les deux tirs. Cette constatation est valable sur l'ensemble des taux de compression, bien que les différences deviennent rapidement minimales. Par contre, les filtres 9/3 et 5/3 donnent de meilleurs résultats, presque insensiblement pour le RSB absolu, un peu plus nettement pour le RSB médian, pour des taux supérieurs à 40. La différence observée entre les RSB absolu et médian peut être expliquée par une importante dispersion des amplitudes du bruit de compression. Cette explication est partiellement validée par l'observation du RSB infini, au bas de la figure 9.2. Pour un taux de compression supérieur à 40, les performances des ondelettes 9/3 et 5/3 s'éloignent de celles de l'ondelette 9/7, ce qui peut signifier beaucoup d'erreurs de grande amplitude, qui affectent les RSBq et RSBa, mais dont l'influence sur le RSB médian est plus faible. Il ne s'agit que de constatations quantitatives, car il est difficile d'attribuer une signification qualitative à une différence d'1 dB.

On constate encore que le taux de compression pour lequel un banc de filtres possède des performances supérieures à celles d'un autre varie selon la mesure employée : aux environs de 30 pour le RSB absolu et de 40 pour le RSB médian. Ce point dépend également du jeu de données, comme on peut le voir sur le RSB infini. Le banc 9/7 est légèrement inférieur aux bancs 9/3 et 5/3 entre les taux de 15 et 35 pour le premier tir, et ce n'est plus vrai pour le second. Ces quelques remarques montrent qu'il est difficile de décider de la meilleure méthode de compression, car ce choix dépend de la mesure considérée. Il semble par contre que le programme de T. Chen donne globalement des résultats inférieurs aux méthodes de codage par arbre. La courbe associée se trouve, pour ce jeu de données, presque toujours en-dessous des autres, sauf en quelques points du RSB infini.

Ces différentes observations incitent à regarder simultanément plusieurs mesures d'erreurs, avant de juger de la supériorité d'une méthode. Elles illustrent enfin que, sur des jeux de données analogues, les mêmes méthodes de compression peuvent produire des résultats semblables, en terme de RSB lissé du moins. Cette constatation justifie partiellement l'approche usuelle qui consiste à employer le même type de compression pour différents tirs acquis de manière analogue.

9.2.3. Performance sur des signaux sismiques de nature différente

La question qui suit naturellement la précédente est de savoir si les « meilleures » méthodes de compression sur un type de signaux le restent avec des signaux différents. Le même type de comparaison a été réalisé sur un jeu de tirs de sismique marine. Les résultats sont représentés dans la figure 9.3. Les écarts entre les différentes courbes sont beaucoup moins prononcés que pour les tirs terrestres. Les distorsions sont encore très similaires pour les taux supérieurs à 40, pour les trois mesures lissées. Pour l'ensemble des taux de compression, les différents bancs de filtres associés au codage arborescent sont presque indiscernables, excepté pour le RSB infini, pour lequel le banc 9/7 est légèrement supérieur à ses concurrents. L'avantage de l'ondelette 9/7 est donc beaucoup moins sensible ici que pour le tir terrestre.

Nous pourrions espérer des résultats plus faciles à interpréter sur des données organisées en sommation et déport commun, car ces signaux possèdent des composantes latérales et verticales mieux identifiées. Sur la section sommée (fig. 9.4), le banc 9/7 semble uniformément supérieur aux trois autres algorithmes. On peut noter que cette fois, l'algorithme de T. Chen et les bancs 9/3 et 5/3 donnent des résultats très proches pour les trois mesures lissées. Le banc 9/7 donne globalement les meilleurs résultats pour le RSB infini, bien que les paquets d'ondelettes leurs soient supérieurs pour des taux inférieurs à 15.

Les résultats pour la section à déport commun, représentés dans la figure 9.5, sont un peu différents. Le codage par arbre donne des résultats assez similaires pour les trois mesures lissées. Les paquets d'ondelettes ont ici des performances très proches de celles des ondelettes jusqu'aux taux de 10 à 17, ou légèrement supérieures, suivant la mesure choisie. La TDPO est

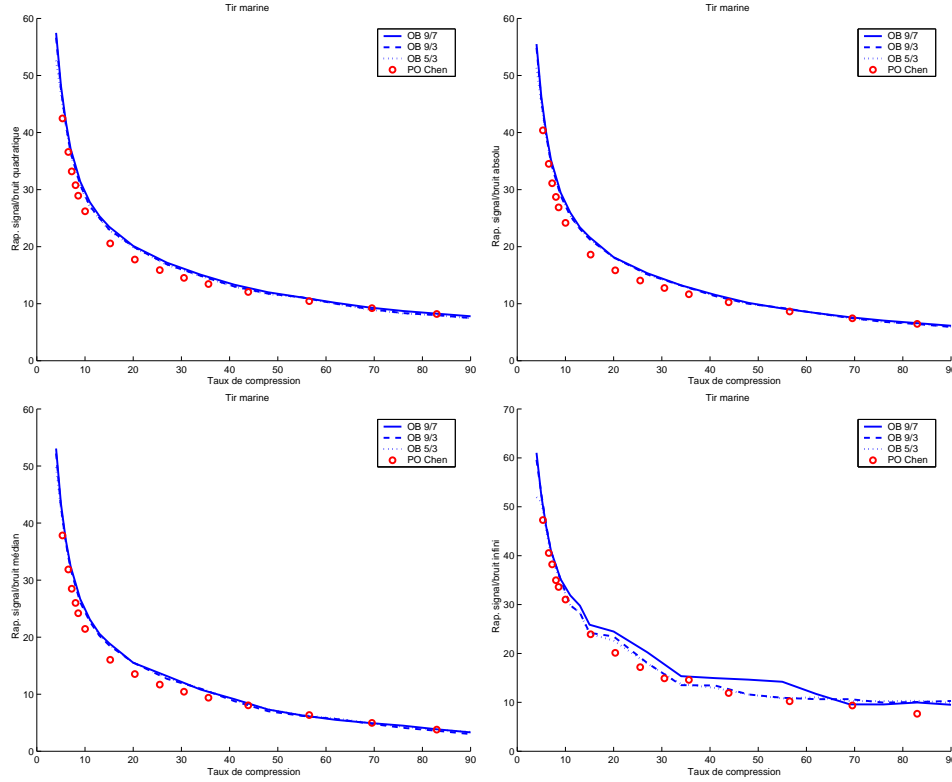


FIG. 9.3. – Ondelettes : mesures d'erreur sur un tir marine.

par exemple légèrement supérieure pour des taux compris entre 7 et 15 pour presque toutes les mesures. Au-delà d'un taux de 20, l'ondelette 9/7 donne globalement de meilleurs résultats.

9.2.4. Conclusions partielles sur les ondelettes et paquets d'ondelettes

Les différentes remarques formulées rendent difficile une conclusion définitive sur la supériorité d'une méthode sur les autres : cette notion dépend fortement de jeu de données, de la mesure choisie et de la gamme des taux de compression. La différence observée entre les tirs terrestres et marines semblent de plus indiquer qu'il est difficile de généraliser un résultat sur des données en point de tir d'origines différentes. Nous avons vu également que fixer un taux de compression limite peut sembler illusoire : en fonction des données et de la mesure d'erreur choisies, les niveaux d'erreur peuvent se révéler très différents entre les algorithmes de compression. On peut en donner un exemple clair tiré du RSB quadratique de la figure 9.2 : à 30 dB, le taux de compression par paquets d'ondelettes est de 17, alors qu'il est de 25 pour le codage arborescent et l'ondelette 9/7.

En regardant avec un peu plus de distance, on observe cependant que le banc 9/7 donne globalement les meilleurs résultats pour l'ensemble des données, des mesures et des taux de compression. Il semble de ce fait être parmi les « meilleures » ondelettes pour ces données sismiques. Ce résultat justifie en partie l'emploi de ce banc de filtres dans de nombreuses

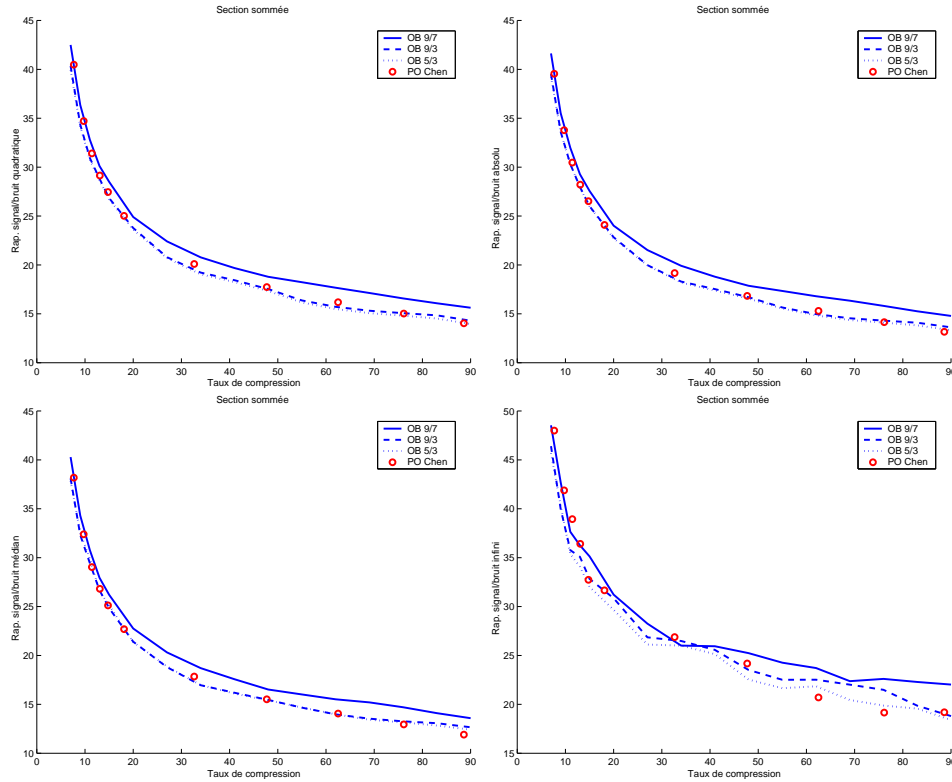


FIG. 9.4. – Ondelettes : mesures d'erreur sur une section sommée.

méthodes de compression de données sismiques par ondelettes [Rei96, VW97, KAJ00]. Sa supériorité est encore plus nette si l'on se limite au calcul du RSB quadratique, comme le font de nombreux travaux antérieurs. Notons toutefois que cette supériorité est valide pour tous les jeux de données, relativement restreints, que nous avons pu tester. Nous ne préjugeons pas des résultats qui pourraient être obtenus sur d'autres types de données.

Nous avons observé que pour les taux de compression de 5 à 90, les RSB quadratique et absolu donnent des résultats analogues. Ils ne sont pas identiques numériquement, mais les courbes de distorsion ont la même allure générale. De plus, pour un ensemble donné de signaux, la hiérarchie entre les méthodes semble respectée. Le RSB absolu, au vu de ces résultats, peut sembler être une mesure redondante, équivalente au RSBq classique. Une analyse plus fine des variations des différents types de RSB par rapport à un algorithme de référence nuancera cette constatation.

Sans affirmer qu'il s'agit de la meilleure transformée, ni que le codage par arbre est supérieur à un autre, nous utiliserons les résultats du banc 9/7 comme référence pour l'amélioration des performances en utilisant des transformées étendues. Ce choix nous permettra d'effectuer une comparaison honnête avec les transformées étendues en conservant le même type de codage arborescent des coefficients. Cette précaution nous permettra de mettre en évidence l'intérêt de l'usage des transformées étendues, en lieu et place d'un certain nombre de niveaux de

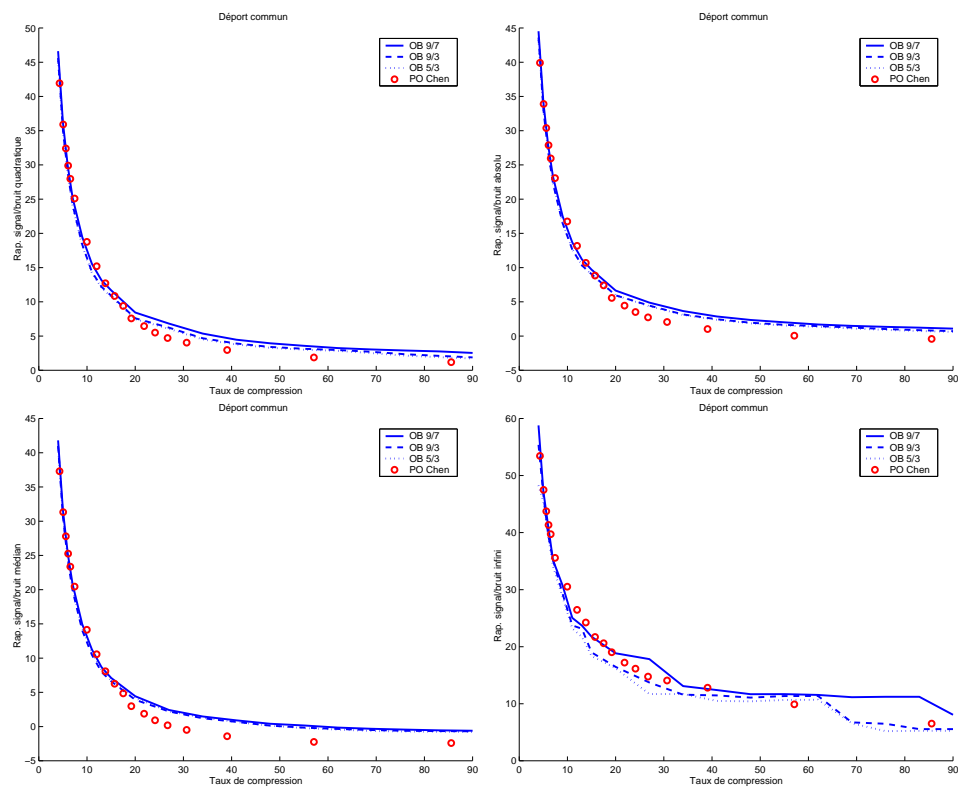


FIG. 9.5. – Ondelettes : mesures d'erreur sur une section à déport commun.

décomposition en ondelettes.

Ces résultats nuancent une remarque de G. Beylkin et A. Vassiliou dans [BV98]. Ces auteurs supposent que le codage arborescent n'est peut-être pas efficace pour les données sismiques. Ces données ne respecteraient pas les hypothèses qui justifient l'efficacité de ce type de codage, exposées dans l'article de J. Shapiro [Sha93]. Bien que l'ondelette utilisée par T. Chen soit différente de l'ondelette semiorthogonale 9/7, nous voyons ici que l'on peut obtenir d'assez bons résultats comparatifs en utilisant le codage arborescent. Même en utilisant les ondelettes 9/3 et 5/3, les différents résultats exposés dans ce chapitre montrent que le codage arborescent offre généralement des résultats objectifs équivalents ou supérieurs en termes de RSB à la compression par paquets d'ondelettes proposée par T. Chen.

Or l'emploi des paquets d'ondelettes devrait être une amélioration de la décomposition par ondelettes, puisque que la TDO est un cas particulier de la TDPO. Les meilleures performances du codage arborescent peuvent avoir au moins quatre explications :

- le codeur de T. Chen utilise une extension des signaux par des zéros. Cette technique est souvent considérée comme moins efficace que la symétrisation employée ici avec les ondelettes semiorthogonales et souvent responsable d'artefacts dus à l'introduction de hautes fréquences parasites ;
- le choix d'ondelettes orthogonales de l'algorithme de T. Chen peut se révéler moins souple que celui d'ondelettes semiorthogonales ;
- si la décomposition en paquets d'ondelettes doit être meilleure que celle en ondelettes au sens d'une norme décidant de la décomposition, il est nécessaire pour la décompression de coder cette décomposition. En d'autres termes, le choix de la base de projection doit être transmise au décodeur pour lui permettre de reconstruire le signal, occasionnant un surcoût de volume, alors qu'elle est implicite pour la décomposition classique en ondelettes, dyadique ;
- le gain en compaction d'énergie procuré par la décomposition en paquets d'ondelettes est peut-être partiellement perdu par la quantification et le codage de Huffman, qui sont moins élaborés que le codage arborescent.

Ces deux dernières remarques peuvent se reformuler ainsi : pour la compression, il vaut parfois mieux employer une transformée générique, médiocrement adaptée au signal, et un algorithme de codage des coefficients très performant, plutôt qu'une excellente transformée dont les coefficients sont plus difficiles à quantifier et coder, et finalement moins efficace. Cette assertion est corroborée par la complexité pratique de l'emploi de la transformée de Karhunen-Loève, et les résultats de P. Waldemar *et al.* [WRR97] sur l'emploi de la décomposition en valeur singulière qui, bien qu'optimale en un certain sens, se révèle en pratique beaucoup moins performante qu'une compression de type JPEG.

Cependant, une fois que l'on dispose d'une technique de quantification/codage de coefficients relativement performante, il peut être intéressant d'y plier des transformées mieux

adaptées aux données, afin d'obtenir de meilleurs résultats qu'avec une transformée générique de type ondelette. Les sections suivantes décrivent les résultats obtenus dans l'adaptation des transformées étendues aux données sismiques.

9.3. Modélisation et optimisation des transformées

9.3.1. Description de l'approche employée

La section 7.3 décrit la modélisation des signaux permettant d'optimiser les transformées. Nous transcrivons ici quelques résultats de cette modélisation des signaux sismiques. Les légendes des figures indiquent soit la modélisation des traces, qui correspondent aux signaux verticaux des données sismiques de la figure 9.1, soit la modélisation à temps constant, qui correspond à une coupe horizontale de ces mêmes signaux. La modélisation des signaux est menée jusqu'à l'ordre 3. Pour les traces, la modélisation de la fonction d'autocorrélation est calculée soit sur l'ensemble des échantillons de la fonction d'autocorrélation (figures de gauche), soit sur 30 échantillons (figures de droite). Ces choix permettent d'observer les différences obtenues si l'on s'intéresse à une modélisation globale ou plus locale de la fonction d'autocorrélation, car les bancs de filtres ont une action relativement locale sur le signal. Nous donnons également les résultats de la modélisation des signaux à temps constant, pour mettre en évidence les propriétés différentes observées dans les directions verticale et horizontale des images sismiques.

9.3.2. Modélisation de tirs terrestres et marines

La figure 9.6 représente la modélisation des traces et des temps d'un tir terrestre. La colonne de gauche de la figure correspond à une modélisation sur les 4000 échantillons de chaque trace, la colonne de droite à une modélisation sur 30 échantillons. Sur une modélisation à l'ordre 1 (en haut de la figure 9.6), on observe que le coefficient d'intercorrélations a_1 est compris entre 0,93 et 0,98, ce qui indique qu'il est possible de « prédire » la fonction d'autocorrélation des traces et que cette modélisation a un sens. On observe cependant que ce coefficient semble varier assez brusquement d'une trace à l'autre, mais ce phénomène est dû à l'échelle de la figure. Ce coefficient varie seulement sur une plage de 0,03 environ. L'allure de la prédiction à court terme sur 30 échantillons est analogue, mais le coefficient d'intercorrélations par trace est légèrement plus faible.

On observe la même propriété pour les autres types de données testées, présentant une légère baisse du coefficient a_1 quand on restreint la modélisation à un plus faible nombre d'échantillons. La variation de a_1 à l'ordre 1 est relativement faible en regard de celle obtenue après modélisation à l'ordre 2. En effet, les deux coefficients a_1 et a_2 varient de trace à trace sur une plage de 0,3 environ. La modélisation peut donc sembler moins bonne à l'ordre 2 qu'à l'ordre 1. La situation s'améliore un peu à l'ordre 3, pour laquelle les coefficients varient sur une plage de 0,2 environ. Nous avons interrompu la modélisation à l'ordre 3. Pour les ordres

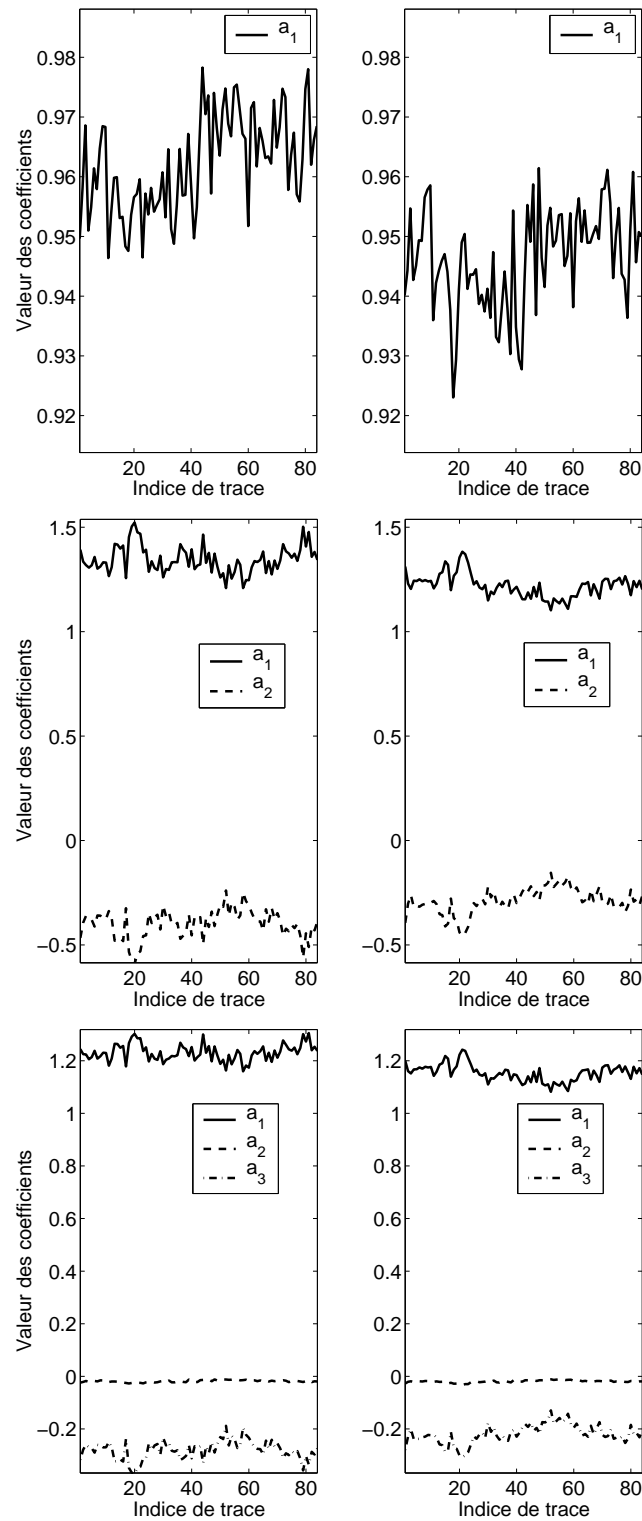


FIG. 9.6. – Modélisation AR des traces d'un tir terrestre à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).

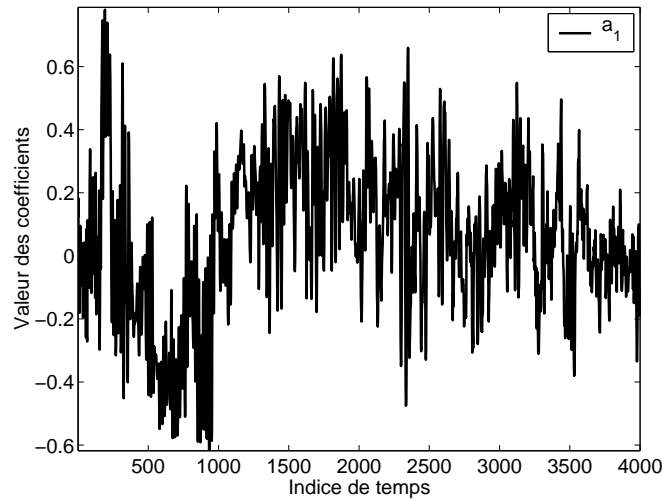


FIG. 9.7. – Modélisation AR des temps d'un tir terrestre à l'ordre 1.

supérieurs, l'écart-type sur l'estimation des coefficients a_4, a_5, \dots devient trop important en regard de la valeur moyenne de ces coefficients, et laisse présager qu'un modèle moyen pour les traces devient illusoire à cet ordre.

La figure 9.7 représente le résultat de la modélisation à temps constant des données du tir terrestre. Nous avons indiqué la modélisation à l'ordre 1 seulement, qui donne des résultats peu probants : d'un signal à l'autre, le coefficient de corrélation peut varier très fortement, de -0,6 à 0,6, et les coefficients d'autocorrélation possèdent souvent des valeurs faibles. Le coefficient a_1 est souvent très faible et indique une faible corrélation entre les échantillons successifs. Ceci n'est pas étonnant car, dans les données de tirs, une grande part de l'information sismique est portée sur des courbes de forme hyperbolique, ou des droites obliques, mais rarement de manière horizontale. Les parties des points de tir les plus horizontales sont situées à l'apex des hyperboles. Cette constatation peut expliquer pourquoi le coefficient a_1 prend ses valeurs les plus fortes entre les temps d'indice 250 à 1000, c'est-à-dire là où les sommets d'hyperboles sont les mieux dessinés pour le tir terrestre représenté sur la figure 9.1 (a).

Nous pouvons faire des constatations analogues sur les données de sismique marine. La figure 9.8 représente les coefficients de modélisation des traces, pour lesquelles la variation du coefficient a_1 est plus importante dès l'ordre 1. D'un ordre à l'autre, les coefficients a_i varient sur une plage de 0,1 à 0,4. On peut observer dans la figure 9.9 le même phénomène de modélisation complexe sur les signaux à temps constant. Malgré ces variations importantes, on peut constater sur les deux jeux de données de tir que le coefficient d'autocorrélation à l'ordre 1 est relativement proche de 1 sur l'ensemble des traces, et que ce coefficient baisse sensiblement si l'on réduit le nombre d'échantillons pour le calcul de la modélisation. Les chutes du coefficient observées sur quelques traces sont dues à des traces fortement bruitées. Les modélisations à un ordre supérieur semblent moins efficaces, dans la mesure où la variance des coefficients de

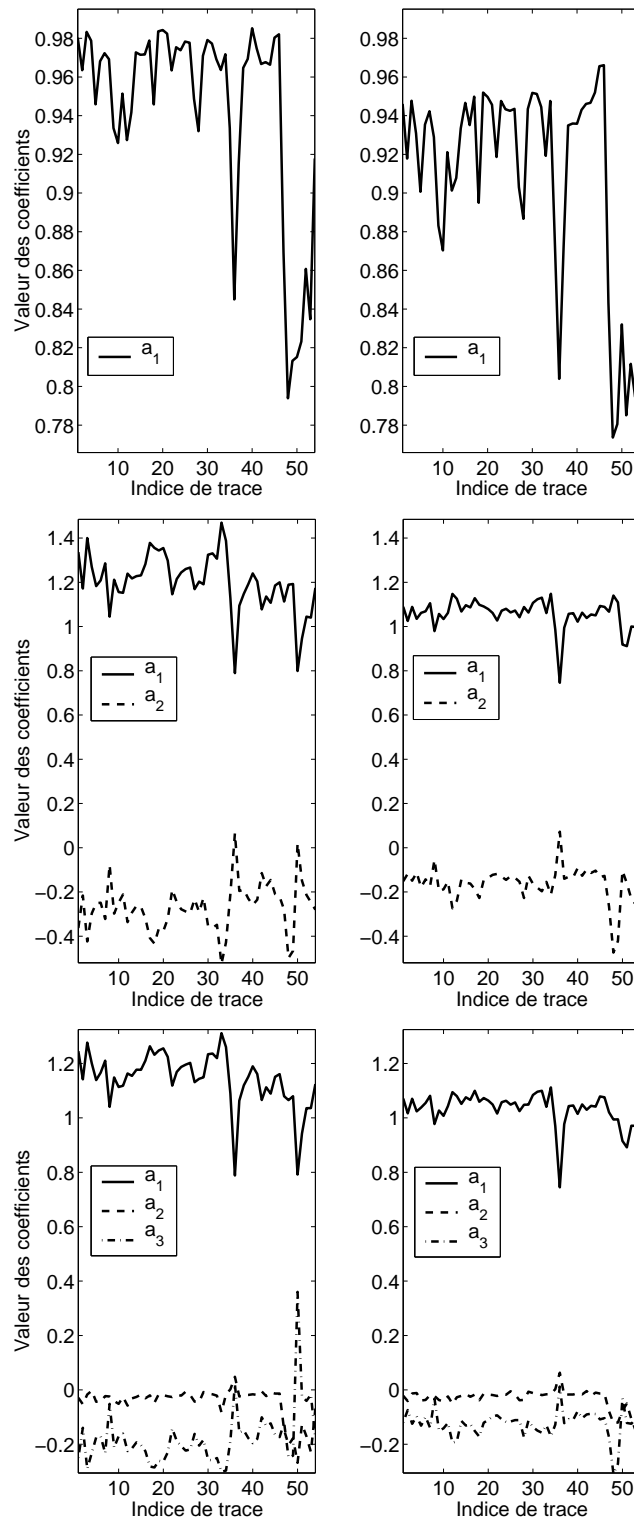


FIG. 9.8. – Modélisation AR des traces d'un tir marine à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).

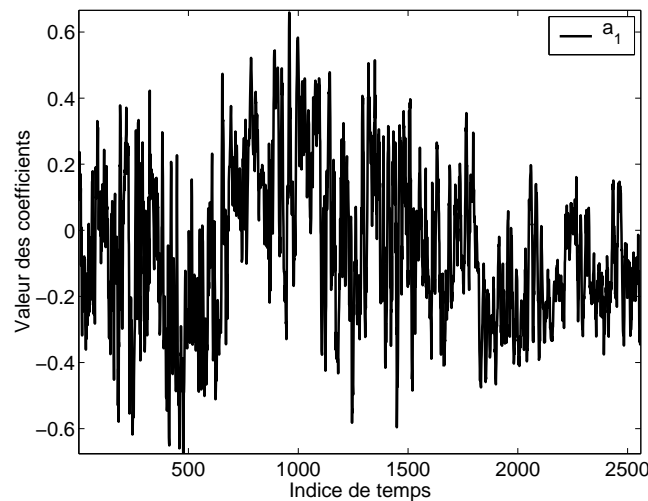


FIG. 9.9. – Modélisation AR des temps d'un tir marine à l'ordre 1.

prédiction augmente de trace à trace, par rapport à l'ordre 1. Nous remarquons enfin dans ces deux cas une faible corrélation entre les échantillons à temps constant.

9.3.3. Modélisation d'une section sommée

Peut-on étendre les observations faites sur des données en point de tir à des données mieux organisées horizontalement, comme une section sommée ou à départ commun? Nous prendrons ici l'exemple de la section sommée représentée dans la figure 9.1 (d). Les figures 9.10 représentent la modélisation des traces de cette section sommée. La baisse du coefficient d'autocorrélation à l'ordre 1 s'observe encore quand on passe à une modélisation locale sur 30 échantillons. Le coefficient a_1 est de l'ordre de 0,7, valeur un peu plus faible que pour les données en point de tir. Les coefficients obtenus aux ordres 2 et 3 varient encore sur une plage de 0,25, supérieure à la plage de variation de 0,12 environ à l'ordre 1.

Le changement principal pour les données organisées peut être observé sur les sections à temps constant : la modélisation donne des résultats beaucoup plus probants, du fait de l'horizontalisation des observations. Les résultats exposés dans la colonne de droite de la figure 9.11 montrent que la modélisation à l'ordre 1 donne un coefficient d'autocorrélation proche de 1, qui indique une amélioration notable de la corrélation entre les échantillons horizontaux.

9.3.4. Calculs de modèles moyens par jeu de données

Dans la mesure où les paramètres de modélisation peuvent varier fortement d'une trace ou d'un temps à l'autre, on pourrait imaginer employer une transformée optimisée pour chaque signal vertical ou horizontal. Cette procédure n'est pas souhaitable pour deux raisons :

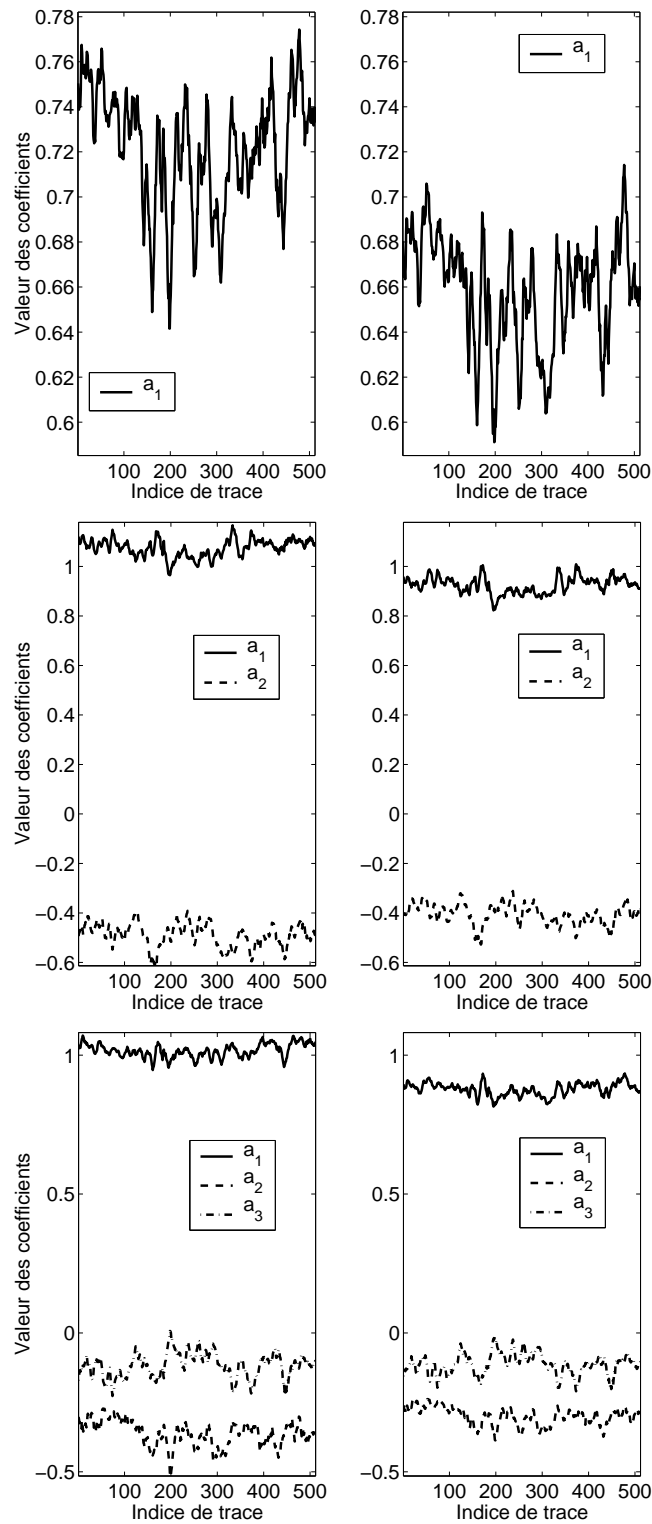


FIG. 9.10. – Modélisation AR des traces d'une section sommée à l'ordre 1 (haut), 2 (milieu) et 3 (bas) : calculs sur les traces entières (gauche) et sur 30 échantillons (droite).

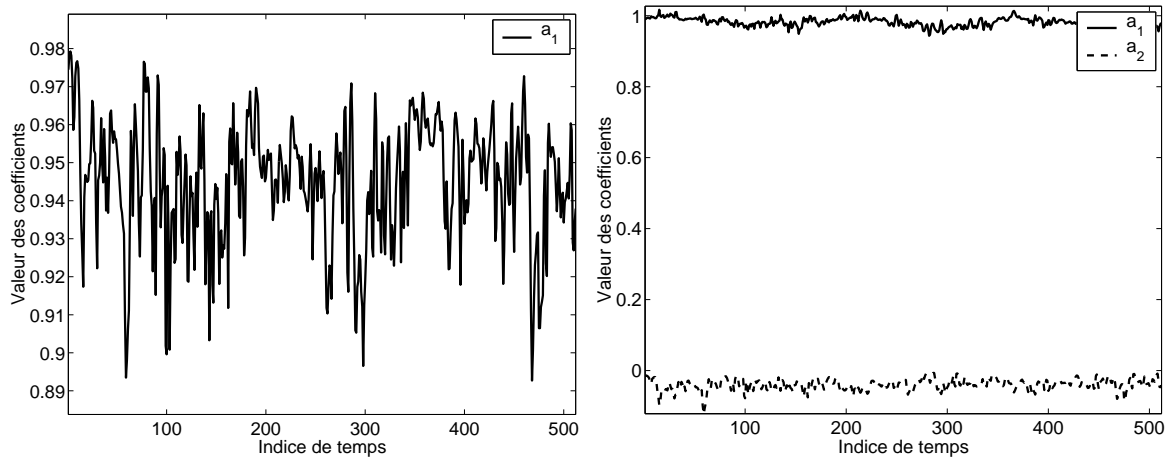


FIG. 9.11. – Modélisation AR des temps d'une section sommée à l'ordre 1 (gauche) et 2 (droite).

- la décompression des données nécessiterait la connaissance au décodeur, et éventuellement la transmission, des coefficients de toutes les transformées, ce qui n'est pas très efficace dans un objectif de compression ;
- pour l'utilisation de la compression à l'acquisition, l'objectif est de simplifier le processus d'optimisation et de construire, si possible, une transformée adaptée à une classe de signaux. On souhaitera par exemple utiliser la même transformée pour toutes les traces d'un tir, voire pour un ensemble de tirs de même origine.

Nous avons utilisé l'optimisation uniquement sur les signaux dont la modélisation est convaincante. Par conséquent, nous n'avons pas calculé de modèle moyen pour les signaux à temps constant des points de tirs. La figure 9.12 (a) représente une fonction d'autocorrélation d'une trace issue d'un tir terrestre. On peut y voir qu'augmenter l'ordre du modèle permet ici de mieux coller aux données, mais la modélisation est valable uniquement sur quelques échantillons, moins d'une dizaine en général sur l'ensemble des traces.

La modélisation moyenne des traces donne des résultats sensiblement meilleurs pour les traces des données organisées, comme le montre la figure 9.12 (b). On peut le voir d'autant mieux pour la modélisation à temps constant sur la figure 9.12 (c). Dans des données sommées ou en déport commun, l'information horizontale est souvent beaucoup mieux mise en évidence que dans les collections en points de tir ou en points milieux.

9.3.5. Optimisation des transformées sur des modèles moyens

Il nous reste maintenant à insérer ces modèles moyens dans la procédure d'optimisation, afin de valider l'approche choisie. Nos tests d'optimisation ont généré une quantité de résultats qu'il n'est pas possible de détailler ici. Les résultats de l'optimisation dépendent fortement du choix initial de la structure du banc de filtres (nombre de canaux et de coefficients), du choix

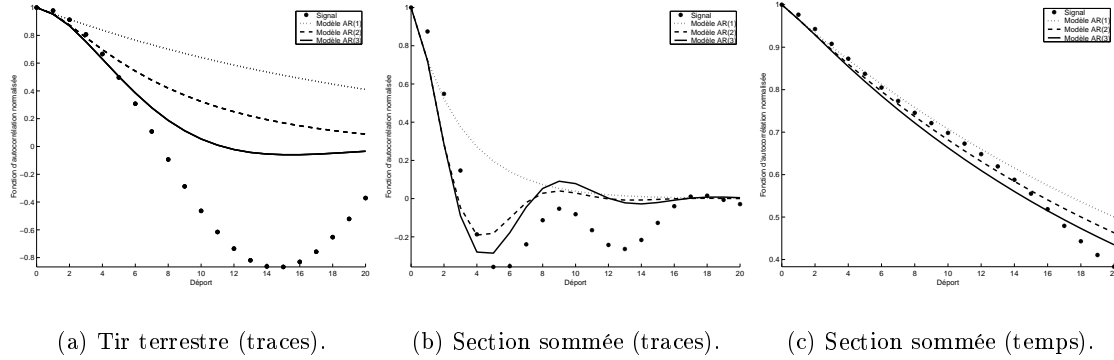


FIG. 9.12. – Modèles moyens pour les traces d'un tir terrestre (a) et pour une section sommée : par trace (b) et par temps (c).

des angles initiaux dans la décomposition en valeur singulière (sec. 6.2.8), des poids et de l'ordre dans lequel on utilise des différents critères d'optimisation (chap. 7). Nous n'avons pas réussi à en extraire un comportement général, mais nous pouvons néanmoins proposer quelques pistes pour l'optimisation des transformées.

L'exemple décrit dans le tableau 9.2 permet d'illustrer quelques-unes de nos conclusions principales, sans prétendre à l'exemplarité. Il fournit au moins un fil conducteur pour l'optimisation des transformées et les problèmes rencontrés lors de cette optimisation. Les données utilisées ici sont les traces verticales du point de tir terrestre. Le banc de filtre utilisé possède 8 canaux et 40 coefficients. La transformée pour les signaux horizontaux a été fixée *a priori*, il s'agit d'une TDC à 8 canaux, qui n'est pas optimisée. Nous indiquons dans le tableau 9.2 le résultat de la modélisation à l'ordre 1 pour le gain de codage uniquement, qui sert de référence. Cette référence est appelée $G_c(1)$ dans le tableau 9.2. Le test consiste à calculer le RSB quadratique après compression aux taux de 20, 50 et 80. Pour différentes combinaisons de critères d'optimisation, on calcule en dB la différence du RSBq obtenu avec celui calculé pour $G_c(1)$. Une différence positive indique que la combinaison comparée fournit une meilleure optimisation en termes de RSBq.

Taux	$G_c(1)$	$G_c(2)$	$G_c(3)$	$A_{hb} + G_c$	$A_{hb} + G_c + A_{fa}$
20	0	-1,32	-0,03	+0,11	+0,72
50	0	-0,20	+0,21	+0,53	+1,22
80	0	-0,05	+0,32	+0,97	+1,43

TAB. 9.2. – Optimisation multicritères d'une TORE à 8 canaux et 40 coefficients pour le tir terrestre : amélioration du RSBq en dB pour divers taux de compression.

La première constatation est que le gain de codage, employé seul, ne donne pas les meilleurs résultats. Elle semble d'autant mieux vérifiée quand le taux de compression augmente. Les hypothèses de calcul du gain de codage en donnent une explication : l'hypothèse de haute

résolution n'est plus vérifiée lorsque le taux de compression augmente trop. T. Nagai *et al.* [NIKK00] notent également cette limitation du gain de codage dans le domaine de l'image. Cette observation mérite d'être nuancée : il semble que le gain de codage reste un bon indicateur de performance pour des bancs de filtres à deux canaux de type ondelettes, comme le montrent J. Villasenor *et al.* [VBL95], mais ne semble plus aussi pertinent pour un banc de filtres comportant plus de deux canaux.

On observe également qu'augmenter l'ordre de prédiction ne conduit pas toujours à de meilleurs résultats : la modélisation à l'ordre 2 est ici généralement moins performante qu'à l'ordre 1. Cette constatation conforte en partie l'observation faite à la section 9.3.2, dans la figure 9.6. Nous y avons constaté que la modélisation semblait moins bonne à l'ordre 2 qu'aux ordres 1 et 3. On semble le vérifier à un taux de 20 : 1, pour lequel $G_c(1)$ donne le meilleur RSBq, devant $G_c(3)$ et $G_c(2)$ respectivement. Cette hiérarchie n'est plus vérifiée pour les taux supérieurs, pour lesquels l'optimisation de $G_c(3)$ améliore un peu celle de $G_c(1)$. Nous ne pouvons pas avancer de raisons claires à ce comportement. Nous pouvons cependant avancer que même si la variance des coefficients a_i à l'ordre 3 est supérieure à celle à l'ordre 1, le modèle peut être considéré comme meilleur dans la mesure où l'erreur de prédiction est plus faible. Dans la suite de cet exemple, l'optimisation des transformées est basée sur le modèle moyen à l'ordre 3.

Plutôt que d'employer le gain de codage seul, nous avons souvent obtenu de meilleurs résultats en optimisant au préalable la structure choisie selon le critère A_{hb} d'atténuation hors de la bande passante. Ce choix permet en général de gagner quelques dixièmes de dB. L'emploi du critère d'atténuation aux fréquences d'aliasage A_{fa} à partir de cette seconde optimisation permet d'améliorer encore ces résultats. Ces résultats concordent avec ceux observés pour la compression d'images, par T. Tran *et al.* ou T. Nagai *et al.* [TN99, NIKK00].

9.3.6. Remarques sur l'optimisation pour la compression en 1D et 2D

Le choix de cet ordre d'emploi des critères d'optimisation des transformées permet d'éliminer un grand nombre de mauvaises solutions et de trouver plus facilement de bonnes solutions. Il ne faudrait pas en conclure que cet ordre améliore toujours le RSB après compression. On peut par exemple obtenir de moins bons résultats avec la combinaison $A_{hb} + G_c + A_{fa}$ qu'avec la combinaison $A_{hb} + G_c$, pour certains tirs sismiques entre autres. Ces résultats dépendent à la fois des conditions initiales de la procédure d'optimisation et des poids affectés à chacune des fonctions de coût utilisées.

Nous pouvons avancer deux hypothèses pour expliquer ce phénomène :

- l'emploi d'un ou de plusieurs critères objectifs n'assure pas une excellente performance d'une transformée pour la compression. La première transformée peut posséder par exemple un meilleur gain de codage ou une meilleure atténuation hors-bande qu'une seconde transformée, mais avoir au final de moins bonnes performances en compression,

- une fois que ces transformées sont intégrées dans un même algorithme de compression ;
- la procédure de recherche d'un extremum de la fonction de coût définie comme somme pondérée de plusieurs critères peut fort bien « tomber » à proximité d'un extremum local, sans pouvoir s'en éloigner par la suite. L'augmentation du nombre de variables rend la gestion de recherche de cet extremum plus difficile à gérer.

Le choix *a priori* du nombre de canaux et de coefficients de filtres est un problème supplémentaire. Nous avons choisi un nombre de canaux égal à une puissance de 2. Ce choix pragmatique nous permet d'utiliser le codage arborescent. Le facteur de recouvrement a été déterminé pour les TORE en fonction des résultats d'une première optimisation du critère A_{hb} . Les TSORE utilisées possèdent, elles, 8 ou 16 canaux et un recouvrement de 2.

Il nous faut encore parler de l'emploi de transformées optimisées dans les deux directions. Les résultats donnés dans le tableau 9.2 sont obtenus en fixant la transformée à temps constant, dans cet exemple la TDC. Intuitivement, le fait de fixer l'une des deux transformées devrait permettre de mesurer l'incrément qualitatif obtenu par chaque procédure d'optimisation, dans chaque direction. Cette étude menée dans les deux directions devrait permettre de choisir ensuite le meilleur couple de transformées, en sélectionnant la meilleure dans chaque direction. Ce choix n'est pas évident, car la hiérarchie entre différentes procédures d'optimisation dans une direction donnée peut dépendre de la transformée fixée dans l'autre direction. De plus, en supposant même que cette hiérarchie ne change pas, l'association des deux « meilleures » transformées dans chaque direction ne donne pas toujours le meilleur couple. Un couple de deux transformées moins efficaces séparément peut produire un meilleur résultat au final, suivant les taux de compression considérés. L'alchimie de transformées moins optimales peut résulter en une meilleure répartition des zones de coefficients faibles, et par conséquent une distorsion plus favorable. Ces considérations, bien qu'un peu gênantes, n'ont pas de très grandes conséquences, car les différences sont de l'ordre d'un ou deux dixièmes de décibels, et sont peu significatives en pratique.

Ces différentes remarques permettent de traiter des signaux dont la fonction d'autocorrélation est modélisable par une loi linéaire. Le dernier point non résolu est celui des signaux horizontaux des tirs terrestres et marines, pour lesquels la modélisation de la fonction d'autocorrélation n'est pas satisfaisante. Notre expérience semble indiquer que les transformées les plus performantes, parmi celles étudiées, sont des transformées discrètes en cosinus ou de Walsh, sans recouvrement. La performance des TORE sur ces signaux horizontaux est d'autant plus dégradée en général que le recouvrement employé est important. Ce phénomène pourrait être justifié par le fait que l'un des rôles du recouvrement est de prendre en compte la corrélation entre des échantillons assez éloignés. Cette corrélation est à peu près inexistante pour ces signaux à distance de l'apex des hyperboles de réflexion. Nous pouvons en inférer que la ressemblance des fonctions d'autocorrélation des signaux à temps constant avec celle d'un bruit blanc est peut-être trompeuse. En effet, un bruit blanc reste blanc avec une trans-

formation orthogonale. Comme les performances sont sensiblement réduites par l'emploi de transformées orthogonales à recouvrement, ce résultat indique *a contrario* que ces signaux ne peuvent pas être assimilés à de simples bruits blancs. Cette assimilation est d'autant plus discutable qu'il est difficile de caractériser un bruit sur un faible nombre d'échantillons : sur les tirs terrestres ou marines testés, le nombre d'échantillons à temps constant ne dépasse pas 100.

9.3.7. Notations employées pour les transformées optimisées

Les légendes se lisent de la façon suivante :

- DM et WM désignent respectivement les transformées en cosinus et de Walsh à M canaux ; M prendra ici les valeurs 4, 8 et 16. Par exemple, la légende D8 symbolise la TDC à 8 canaux ;
- L4, L8 et L16 désignent représentent des TOR de H. Malvar à 4, 8 et 16 canaux ; le facteur de recouvrement est alors implicitement égal à deux ;
- LO8K et LO16K désignent des TORE à 8 et 16 canaux, et K est le facteur de recouvrement. La longueur des bases est alors à $8K$ ou à $16K$;
- LB82 et LB162 désignent des TSOR à 8 et 16 canaux, de facteur de recouvrement $K = 2$;
- NUH et NUV désignent les bancs de filtres employés par T. Røsten [RRA00b] pour la compression de la section à déport commun. Il s'agit de bancs de filtres à reconstruction imparfaite. Ils possèdent 8 canaux et un facteur de recouvrement de 4. Ils sont optimisés en fonction du gain de codage et de l'atténuation hors-bande, dans les directions horizontale (NUH) et verticale (NUV). Ces deux critères sont similaires à deux des critères que nous avons employés, aux sections 7.2.1 et 7.2.2. Leur optimisation inclut également une minimisation des effets de blocs. On peut trouver un résumé de cette procédure d'optimisation dans [DR00] et un exposé plus complet dans [Rø00].

9.4. Compression par TOR et TDC

Nous comparons ici la distorsion obtenue en décomposant les données à l'aide de TOR (d'après H. Malvar [Mal92]) dans la direction verticale et de TDC dans la direction horizontale. Il s'agit de transformées relativement simples et de recouvrement peu étendu. Nous avons choisi ici la TDC dans la direction horizontale en raison de la plus faible cohérence des données dans cette direction pour les données en point de tir.

Ces transformées offrent quelques améliorations vis-à-vis du banc 9/7. Les TOR et TDC ont 4, 8 et 16 canaux, et donc simulent respectivement 2, 3 et 4 niveaux d'ondelettes. Sur les tirs terrestres, la figure 9.13 (a) indique que l'ondelette 9/7 reste meilleure pour des taux allant jusqu'à 30 en RSBq ou 20 en RSBm. À partir de ces taux, l'emploi d'une TDC et d'une

TOR à 16 canaux semble apporter une légère amélioration par rapport à notre ondelette de référence. Il faut cependant pondérer cette affirmation ; en se reportant à la figure 9.2, on peut s'apercevoir que la performance du couple TDC16/TOR16 est, pour le RSB médian, du même ordre que celle des bancs 9/3 et 5/3, qui sont légèrement plus performants que le banc 9/7 dans ce cas.

Par contre, le couple TDC16/Tor16 est assez nettement inférieur à l'ondelette 9/7 en terme de RSB infini, pour le tir terrestre. Nous aurions espéré le contraire en employant des transformées locales. Cette constatation possède cependant une facette rassurante. Si l'on réussit, par un meilleur choix de transformée étendue, à réduire l'erreur absolue, on peut espérer augmenter légèrement les RSB lissés, et peut-être même dépasser les performances du banc de filtres 9/7. C'est ce qu'on peut observer pour les données marines, à droite de la figure 9.13. Le RSB infini est un peu supérieur à celui du banc 9/7 pour les taux de compression inférieurs à 10, et inférieur au-delà. Cependant, les RSB quadratique et médian des couples TDC/TOR à 8 ou 16 canaux sont presque toujours supérieurs à ceux de l'ondelette de référence 9/7.

Pour des données organisées, les résultats sont un peu plus favorables aux TOR et TDC, comme on peut le voir dans la figure 9.14. En effet, le couple TDC16/TOR16 donne de meilleurs résultats que le banc 9/7 sur à peu près toute la plage de compression, quelle que soit la mesure de RSB. Ce phénomène est vérifié à la fois pour la section sommée et celle à déport commun.

En dépit de l'hétérogénéité des résultats obtenus dans cette section, nous pouvons faire deux constats :

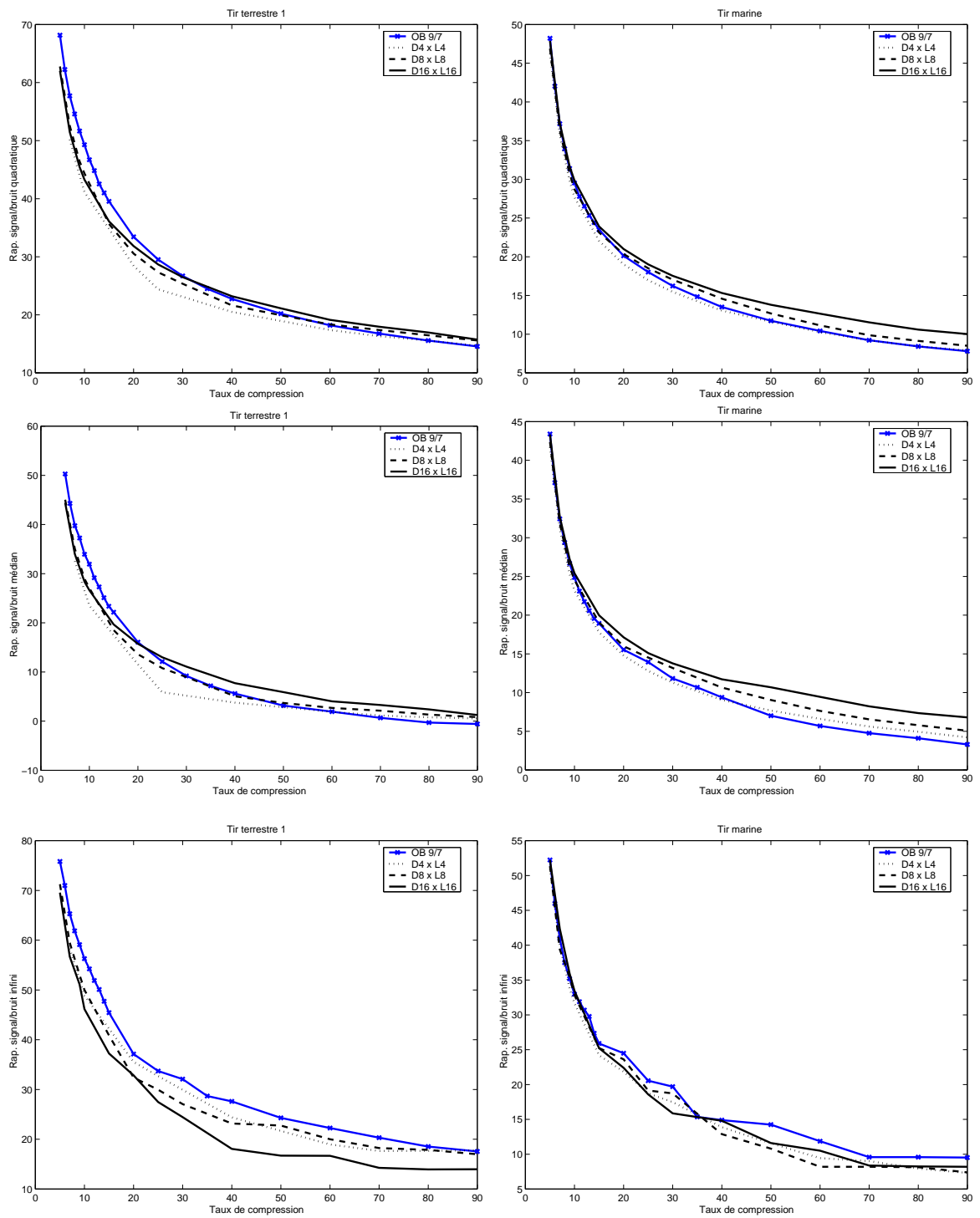
- l'utilisation de la même structure (TDC ou TOR), en changeant uniquement le nombre de canaux, semble indiquer que des bases assez longues donnent souvent de meilleurs résultats pour les RSB lissés. Dans les quatre exemples présentés, les RSB quadratique et médian croissent avec le nombre de canaux employés, à taux de compression constant ;
- l'emploi de TDC et de TOR peut améliorer les RSB quadratique et médian obtenu avec les ondelettes, du moins pour des taux de compression élevés. Le RSB infini reste par contre un point faible pour les données en point de tir.

Le chapitre suivant fournit un certain nombre de résultats obtenus avec diverses structures de transformées étendues, et montre que les performances obtenues par les TOR et TDC peuvent être améliorées par l'emploi de transformées étendues plus générales.

9.5. Compression par transformées étendues

9.5.1. Préliminaires

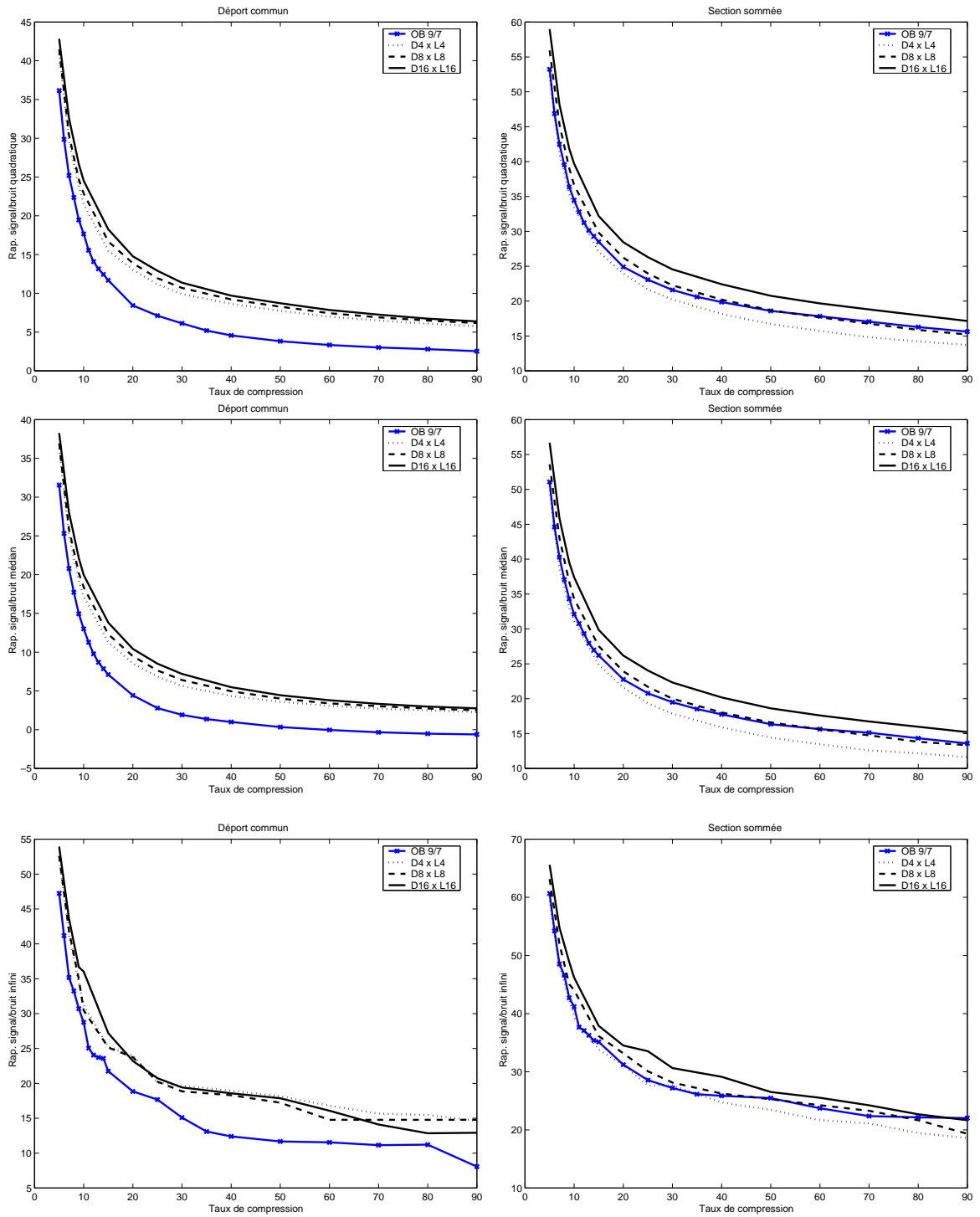
Devant le vaste choix de transformées étendues, un inventaire exhaustif des résultats semble quelque peu difficile. Nous présentons ici les résultats obtenus avec des transformées, ortho-



(a) Tir terrestre.

(b) Tir marine.

FIG. 9.13. – TOR et TDC : mesures d'erreur sur des points de tir terrestre et marine.



(a) Déport commun.

(b) Section sommée.

FIG. 9.14. – TOR et TDC : mesures d'erreur sur des données organisées.

gonales ou semiorthogonales, optimisées à partir d'un modèle moyen des signaux horizontaux et verticaux. Les seules transformées non optimisées sont les transformées en cosinus et de Walsh. De toutes les transformées testées, ces dernières nous ont paru plus performantes pour la transformation des composantes horizontales des signaux sismiques de tir, c'est-à-dire dans une direction où la corrélation entre échantillons est relativement faible.

Nous avons principalement testé des transformées à 4, 8 et 16 canaux. Au-delà, comme le note H. Malvar [Mal92], les algorithmes d'optimisation peuvent rencontrer des problèmes de convergence, en partie à cause du nombre conséquent de paramètres.

Les courbes taux/distorsion présentées aux chapitres précédents montrent les tendances générales de la distorsion en fonction du taux de compression. Afin d'observer plus précisément les variations à l'intérieur des tendances, nous représenterons ici les RSB différentiels, c'est-à-dire indiquant la différence entre les RSB obtenus avec ceux résultant de l'emploi de l'ondelette 9/7, servant de référence. Le RSB différentiel permet de voir plus précisément l'évolution des performances relatives des différents algorithmes en fonction du taux de compression. Nous avons réintroduit ici le RSB absolu, qui exhibe quelques différences avec le RSB quadratique. Ces différences, moins facilement visibles sur les tendances, sont plus sensibles sur le RSB différentiel.

9.5.2. Distorsion différentielle sans prétraitement

La figure 9.15 (a et b) indique une tendance qui semble s'appliquer à de nombreuses données en tir sans prétraitement. En utilisant le même schéma de compression qu'avec les ondelettes, le gain obtenu avec les TE semble plus important quand le taux de compression est grand. En d'autres termes, les TE semblent être mieux à même de comprimer les données de tir pour les forts taux de compression. En regardant uniquement les meilleurs résultats dans chaque cas, on peut obtenir de 2 à 5 dB d'amélioration suivant les signaux, le taux de compression et le RSB lissé choisi.

On peut voir sur cette même figure qu'il est parfois difficile d'interpréter clairement les qualités et les défauts des transformées employées. Cette difficulté est mise en évidence en employant une TE fixe (LB82) pour les signaux verticaux et en choisissant dans la direction horizontale soit la transformée de Walsh, soit celle en cosinus. Les RSB lissés pour les données terrestres (fig. 9.15 (a)) placent la TDW au dessus de la TDC pour toute la plage de taux de compression. L'ordre est inversé pour le RSB infini, pour lequel la TDC peut offrir 1 à 3 dB de plus que la TDW. Suivant la mesure privilégiée, on préférera alors employer dans ce cas la TDC ou la TDW.

Par contraste, sur les données marines, l'emploi de la TDC ou de la TDW est presque indifférent pour les RSB lissés, alors que la TDC à 16 canaux améliore légèrement le RSBi pour des taux de compression allant de 30 à 80.

Nous constatons enfin qu'une transformée n'est pas toujours efficace sur l'ensemble des

taux de compression : le couple formé par la TDW à 8 canaux et une TORE de recouvrement 5 donne de bons résultats sur les tirs terrestres pour des taux supérieurs à 50, et même à partir de 25 pour le RSB quadratique. Ces mêmes transformées offrent cependant une amélioration de 1 à 2 dB sur le filtre 9/7 pour des taux faibles, inférieurs à 10.

Les résultats sont plus nettement positifs sur les données organisées. On observe une tendance asymptotique inversée par rapport au cas précédent. La différence avec les ondelettes tend à s'atténuer avec le taux de compression, comme le montre la figure 9.15. Ces remarques sont valables uniquement pour les RSB lissés. Le comportement du RSB infini est beaucoup moins lisse. Il semble cependant que si les transformées étendues sont supérieures aux ondelettes — quelle que soit la mesure — pour des données organisées, le RSB infini reste leur point faible pour les données en point de tir. La section suivante indique sur les tirs terrestres une raison possible à cette faiblesse.

9.5.3. Distorsion différentielle après un prétraitement élémentaire

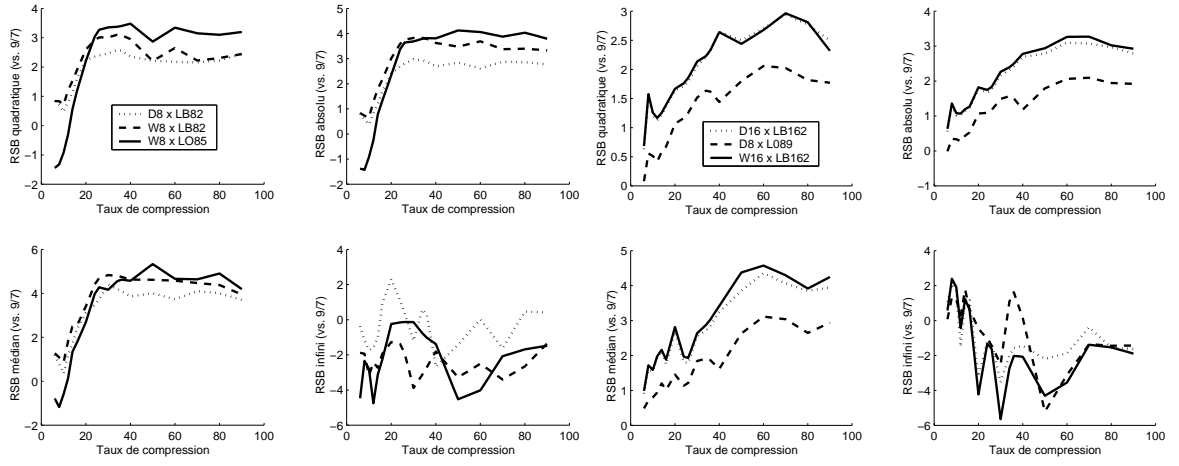
L'objectif de cette section est double :

- identifier les raisons des faibles performances des TE sur les tirs pour le RSB infini ;
- vérifier que l'on peut employer les mêmes transformées étendues pour des tirs de même origine.

La figure 9.16 indique la modification des tirs terrestres après suppression des traces non sismiques ou trop bruitées. Ce type de traitement est relativement élémentaire et peut être réalisé automatiquement lors de l'acquisition.

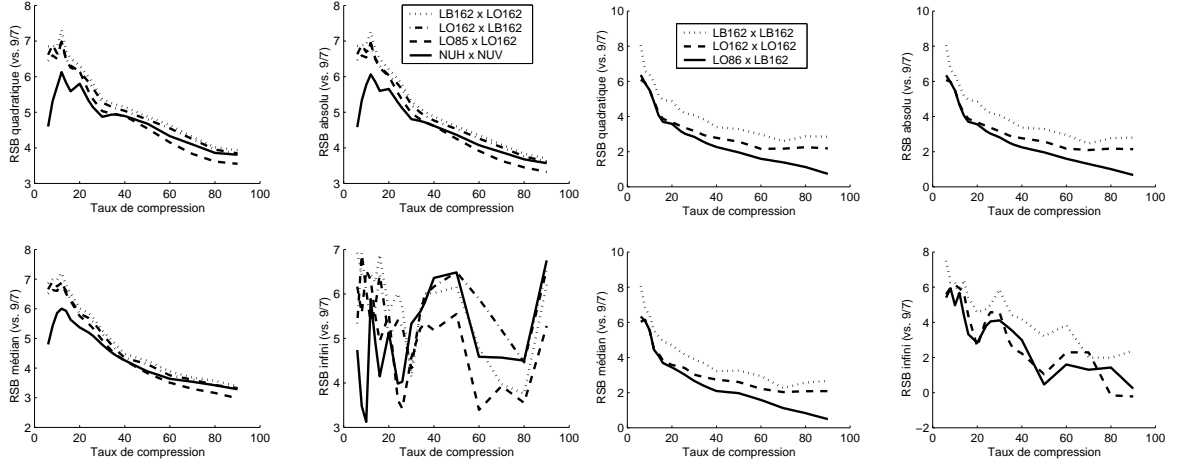
La figure 9.17 représente la distorsion différentielle avant et après suppression des traces erronées. Nous remarquons que, sur les figures 9.17 (a et c), les TE peuvent se révéler moins performantes que l'ondelette 9/7 pour des taux de l'ordre de 10 à 15, tout en étant plus performantes pour des taux inférieurs à 10 ou supérieurs à 15, pour des RSB lissés. Ce résultat est relativement choquant et montre clairement qu'il faut, en règle générale, choisir l'algorithme de compression en fonction du taux de compression visé. Par contre, les transformées étendues utilisées sont généralement moins performantes en termes de RSBi. Ces résultats ne signifient nullement que les transformées étendues en général sont « toujours » moins performantes en RSBi que les ondelettes, car les critères d'optimisation employés, comme le gain de codage par exemple, privilégient nettement une mesure d'erreur quadratique de type RSBq. Il n'est pas exclu de trouver des bancs de filtres capables de contrôler l'erreur maximale.

Mais l'origine de la faible performance des transformées étendues en RSB infini est probablement à trouver dans les traces bruitées. Les ondelettes semblent plus à même de prendre en compte les brusques variations du signal entre les traces adjacentes et les traces raides ou bruitées. Il suffit de supprimer ces traces pour améliorer notablement les performances des TE, comme le montrent les figures 9.17 (b et d). Nous avons remarqué lors de la section précédente que les résultats pouvaient être différents en employant une TE fixée pour les traces



(a) Tir terrestre.

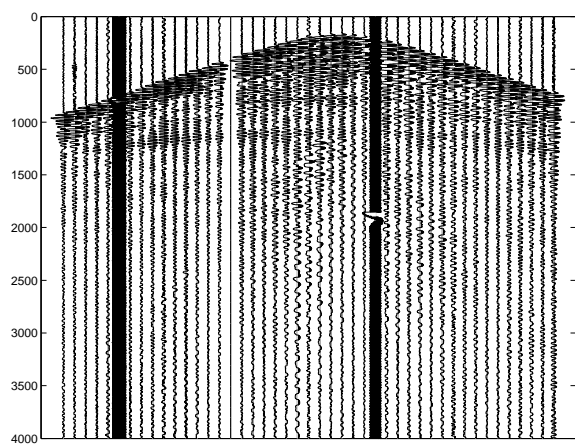
(b) Tir marine.



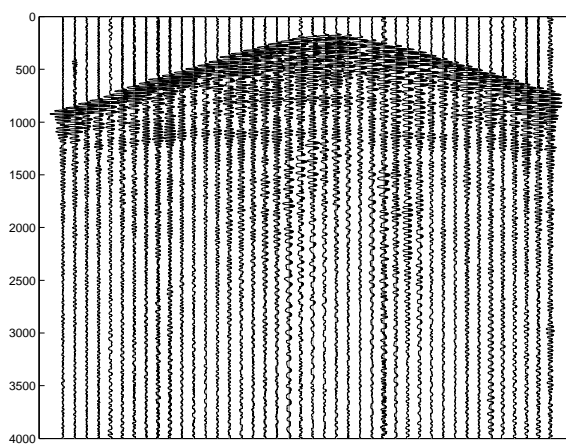
(c) Section à départ commun.

(d) Section sommée.

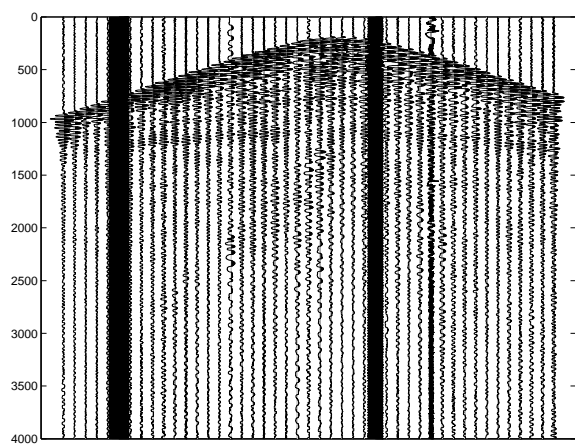
FIG. 9.15. – Transformées étendues : distorsion différentielle pour des tirs et des données organisées.



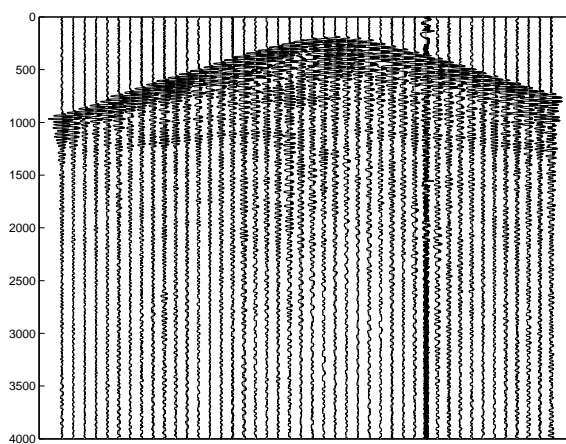
(a) Tir 1 brut.



(b) Tir 1 après traitement.



(c) Tir 2 brut.



(d) Tir 2 après traitement.

FIG. 9.16. – Suppression des traces erronées sur des tirs terrestres.

et soit la TDC, soit la TDW pour les temps, de l'ordre de 1 dB pour les RSB lissés jusqu'à plus de 3 dB pour le RSB infini. La comparaison des figures 9.17 (a et b) d'une part, (c et d) d'autre part, indique que les résultats rentrent dans l'ordre après suppression des traces erronées. En effet, les courbes correspondant à la TDC et la TDW sont presque confondues dans les figures (b et d). Notre interprétation de ce phénomène est que la TDC et la TDW ont un comportement très différent vis à vis des traces raides et bruitées qui génèrent des variations latérales (en temps) très brusques. Dans le cas des signaux sans prétraitement, nous avons eu le plaisir de pouvoir réutiliser cette transformée de Walsh, qui fut historiquement la première transformée employée pour la compression de données sismiques (cf. sec. 4.2.2). Cependant, nous ne l'utilisons pas ici pour comprimer les traces, mais les signaux à temps constant.

Mais la remarque la plus importante à propos du prétraitement est que celui-ci, bien qu'élémentaire, a permis de rehausser considérablement les performances des TE, par rapport à l'ondelette 9/7. Nous y avons gagné plus de 3 dB, si bien que les TE optimisées peuvent afficher, pour les RSB lissés, de 4 à 8 dB d'amélioration sur les ondelettes. L'amélioration est également très sensible pour le RSB infini, pour lequel les performances des TE sont maintenant le plus souvent supérieures à celles obtenues par les ondelettes.

Pour ce qui est de la sensibilité de l'algorithme aux données, on observe désormais les mêmes tendances entre les deux tirs sur la figure 9.17 (b et d). Les différents couples de transformées testées ont approximativement les mêmes domaines de suprématie pour les RSB quadratiques, linéaires et médians. Ce résultat est vérifié pour plusieurs ensembles de tirs provenant d'une même campagne d'acquisition. Il peut s'expliquer par le fait que les propriétés statistiques des données varient relativement lentement d'un tir à l'autre. C'est le cas en particulier pour la fonction d'autocorrélation moyenne, calculée sur un tir.

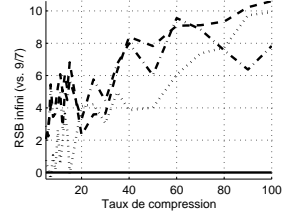
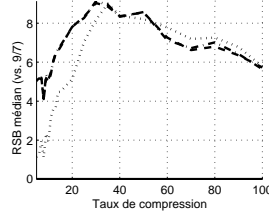
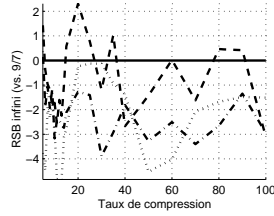
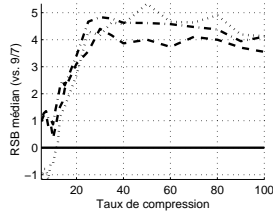
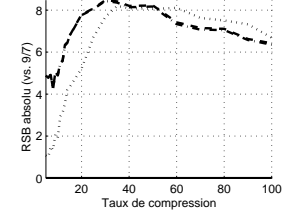
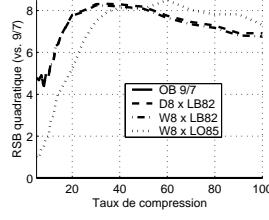
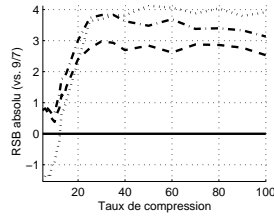
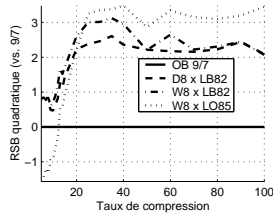
Ce résultat est très utile, car il permet d'employer le même jeu de filtres pour une série de tirs, sans requérir l'optimisation d'un jeu de filtres pour chaque type de données. Les performances sont néanmoins plus hétérogènes pour le RSB infini.

9.6. Comparaison à des algorithmes concurrents

Il est souvent difficile d'avoir accès aux jeux de données utilisés dans les autres travaux sur le sujet. De plus, les prétraitements effectués sur les données avant compression sont rarement reproductibles et les algorithmes de compression sont rarement disponibles. Il est donc généralement difficile d'obtenir des résultats comparatifs entre les méthodes. Nous avons pu néanmoins effectuer des comparaisons avec d'autres algorithmes.

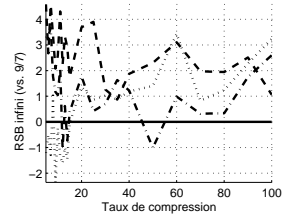
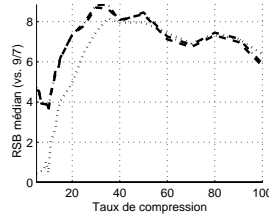
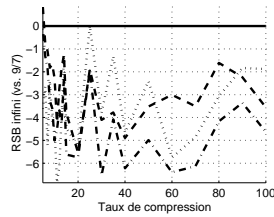
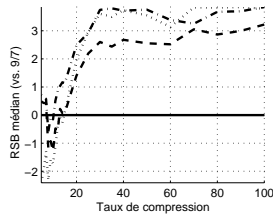
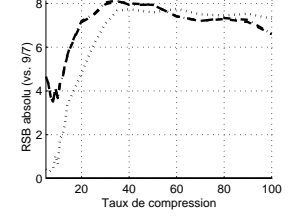
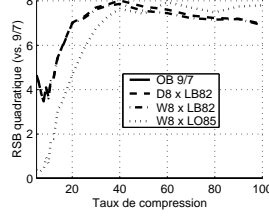
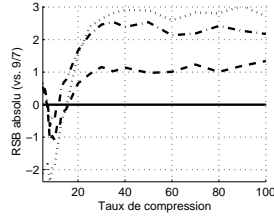
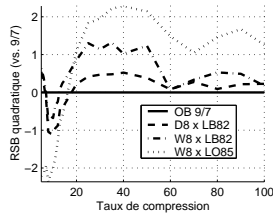
9.6.1. Paquets d'ondelettes (T. Chen)

L'algorithme proposé par T. Chen est accessible dans la distribution des programmes de *Seismic Unix* à l'adresse www.cwp.mines.edu/software.html. Cet algorithme offrait parfois



(a) Tir 1 : distorsion sans traitement.

(b) Tir 1 : distorsion après traitement.



(c) Tir 2 : distorsion sans traitement.

(d) Tir 2 : distorsion après traitement.

FIG. 9.17. – Transformées étendues : distorsion différentielle pour des tirs avant (a) et après (b) suppression des traces erronées.

des meilleurs résultats que le banc 9/7 que nous avons utilisé à l'origine. Nous avons reporté dans la figure 9.18 les résultats obtenus avec les transformées étendues. Comme au chapitre précédent, les différents RSB sont reportés en différentiel, l'algorithme de T. Chen étant considéré comme une référence.

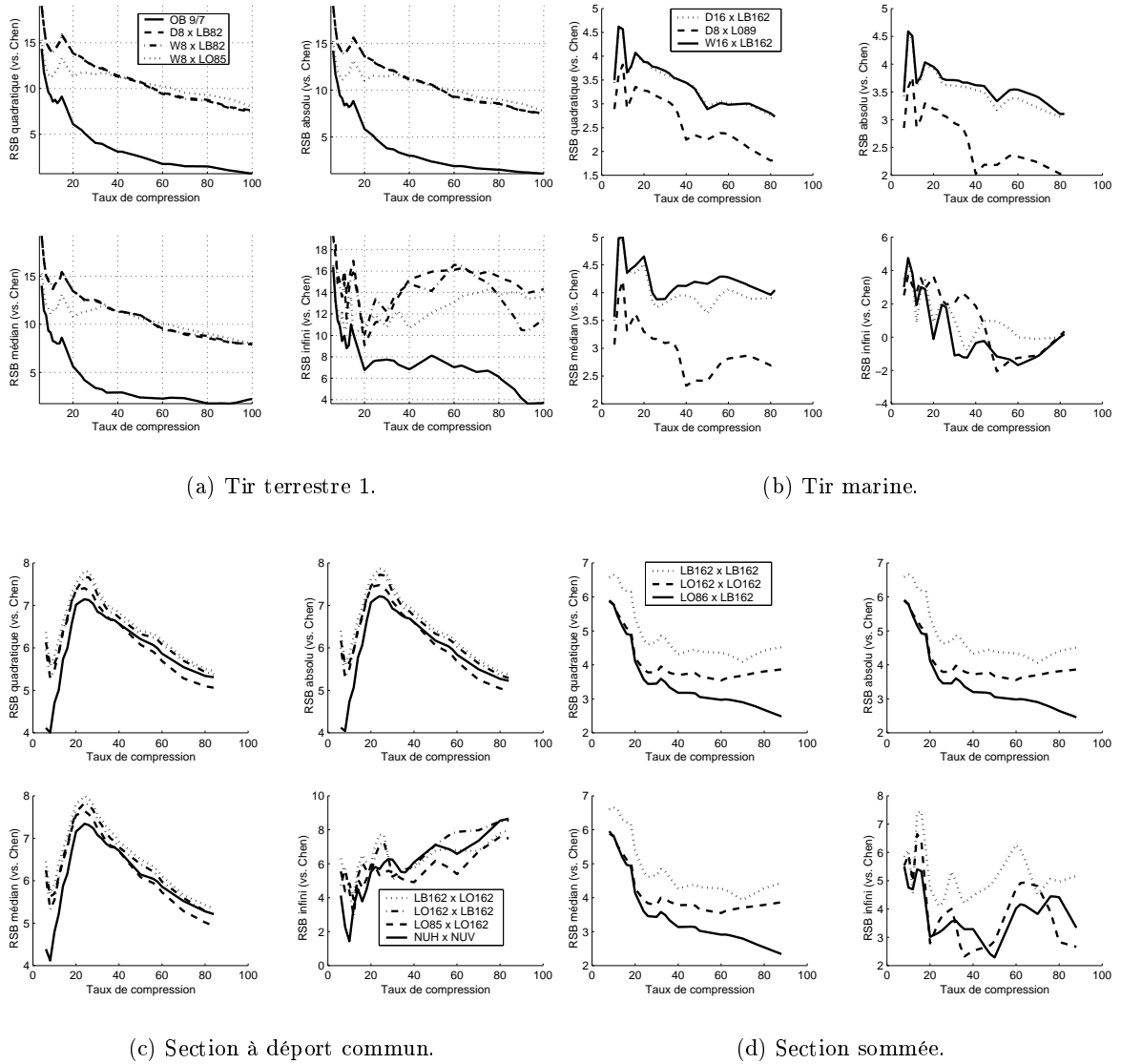


FIG. 9.18. – Comparaison entre paquets d'ondelettes (T. Chen) et transformées étendues en RSB différentiel.

Les résultats sur les tirs terrestres débruités (9.18 a) montrent une nette supériorité des transformées étendues, surtout pour les faibles taux de compression, où l'on peut observer un gain de plus de 10 dB avec les ondelettes et de plus de 15 dB avec les transformées étendues. Sur un tir marine non débruité, les gains sont plus faibles, globalement entre 2 et 5 dB pour les RSB lissés. Les transformées étendues sont cependant mises en défaut sur le tir marin (9.18 b), pour

le RSB infini, pour des taux supérieurs à 30 : 1. Cet échec est imputable en partie à la présence d'une trace fortement bruitée sur la sismique marine, trace que nous n'avons pas soustraite ici. Cet échec est compensé par le fait que le même schéma de compression par arbre, avec l'ondelette 9/7, donnait un meilleur résultat que les paquets d'ondelettes (cf. section 9.2.3).

Nous avons également testé sur les données à déport commun les bancs de filtres non parfaits de T. Røsten [RRA00b]. La figure 9.18 (c) indique que leur performance est ici supérieure à celles des paquets d'ondelettes, de 4 à 7 dB pour les RSB lissés. Nous pouvons cependant noter qu'elle reste inférieure à celle que nous obtenons avec une paire formée d'une TORE dans la direction horizontale et d'une TSORE dans la direction verticale, toutes deux possédant 16 canaux et un facteur de recouvrement de 2, pour lesquelles le gain varie entre 5 et 8 dB pour les RSB lissés.

Les RSB lissés donnent des résultats très similaires pour les deux jeux de données organisées. Les résultats sur la section sommée sont les plus positifs, car le couple de transformées basées sur deux TSORE de longueur 16 donne les meilleurs résultats pour les quatre RSB employés. Dans cet exemple, notre algorithme permet d'obtenir de 2 à 7 dB d'amélioration face aux paquets d'ondelettes de T. Chen.

Sur l'ensemble des données testées, notre algorithme basé sur les transformées étendues et la QAI offre des performances supérieures aux paquets d'ondelettes. Nous pouvons en conclure que la QAI adaptée à des transformées étendues au sens large, en comprenant les ondelettes, permet d'obtenir de meilleurs résultats objectifs que l'approche par paquets d'ondelettes et codage de Huffman de T. Chen sur les données testées.

9.6.2. Bancs de filtres non parfaits (T. Røsten)

Cette section présente les résultats de tests menés par T. Røsten sur des données à déport commun, en utilisant quatre algorithmes de compression [RRA00b]. Pour les données à déport commun employées, les premiers échantillons des traces contiennent très peu d'informations utiles, car ils correspondent au temps de propagation de la source dans l'eau. Ces portions de signal sont simplement représentées par la valeur zéro et le nombre d'échantillons nuls. Il s'agit d'un codage par plage de zéros de type RLE (cf. sec. 3.6.1). Environ un tiers des échantillons de chaque trace est ainsi annulé. Les différents algorithmes de compression testés sont exécutés sur les échantillons non nuls restants. T. Røsten calcule ensuite le taux de compression et le RSB quadratique en fonction des données reconstituées. Les algorithmes testés sont celui de T. Chen, le programme commercial de Chevron basé sur l'ondelette semiorthogonale 9/7, proposé par P. Donoho *et al.* [DEPV96], celui de T. Røsten et le nôtre. T. Røsten utilisent une paire de bancs de filtre à 8 canaux et de recouvrement égal à 4. Ces filtres sont non parfaits, et sont optimisés pour le gain de codage, la réduction des effets de blocs et l'approximation de la reconstruction parfaite par les bancs de filtres.

La figure 9.19 (a) représente les résultats obtenus sur les données à déport commun utilisées

dans les chapitres précédents. Afin de simplifier la comparaison, nous avons utilisé ici une TORE possédant la même structure que les bancs de filtres utilisés par T. Røsten, c'est-à-dire possédant le même nombre de canaux et le même recouvrement de 4.

Nous pouvons observer en premier lieu que l'écart entre les différentes méthodes ne dépasse pas 5 dB. Ce chiffre est légèrement inférieur aux RSB lissés différentiels de 5 à 8 dB observés dans la figure 9.18 (c). Cette différence s'explique par le codage hybride utilisant à la fois une transformée et un codage RLE. Le fait de représenter par des zéros les premiers échantillons introduit une erreur qui est commune à tous les algorithmes testés. En conséquence, la distorsion représentée dans la figure 9.19 est calculée à partir de l'erreur provenant du codage par des zéros (cette erreur est la même pour tous les algorithmes) et de l'erreur propre à l'algorithme employé. La moyenne qui en résulte réduit l'écart entre les différentes courbes de distorsion.

Les deux méthodes basées sur les ondelettes de T. Chen et P. Donoho donnent des résultats inférieurs aux deux méthodes basées sur des bancs de filtres, de plus de 2 dB pour des taux inférieurs à 30. La différence décroît ensuite pour atteindre 1 dB vers 60 : 1. Les deux méthodes utilisant des bancs de filtres donnent des résultats assez similaires. L'algorithme complet de T. Røsten est représenté par la courbe supérieure marquée d'astérisques. Il est plus performant que le nôtre en dessous de 30 : 1, et légèrement moins au-dessus. La différence entre les RSB quadratiques reste inférieure à 0,7 dB sur l'ensemble des taux de compression. La courbe inférieure marquée d'astérisques provient de l'algorithme de T. Røsten, en utilisant nos propres transformées. La position de cette courbe permet de constater qu'avec les mêmes techniques de codage des coefficients, les performances des TORE sont moindres que celles des bancs de filtres non parfaits. Ce résultat semble relativement naturel, car les TORE forment une sous-classe des bancs de filtres non parfaits. Ce résultat peut cependant provenir également de la procédure d'optimisation. La première limitation provient de la combinaison des critères objectifs choisis. Une optimalité vis-à-vis de ces critères ne signifie pas toujours de meilleures performances en termes de taux/distorsion. La seconde limitation est inhérente à l'espace des paramètres à optimiser : si le nombre de paramètres devient trop important, la procédure d'optimisation court plus de risques d'être attirée par des extremums locaux. En ce sens, il est probablement plus facile d'optimiser des TORE que des bancs de filtres non parfaits, qui comportent plus de paramètres. T. Røsten a expérimenté cette dernière limitation pour des bancs de filtres à 16 canaux, pour lesquels il n'obtient pas de meilleurs résultats. Nous reproduisons un nouveau comparatif dans la figure 9.19 (b).

La seconde figure a été obtenue sous le même protocole que précédemment, à deux exceptions près : les données à déport commun sont un sous-ensemble des données utilisées dans la première figure et nous avons employé deux TORE à 16 canaux et 32 coefficients. Pour ce deuxième test, les paquets d'ondelettes de T. Chen restent supérieurs aux ondelettes de P. Donoho pour tous les taux de compression. L'algorithme de T. Røsten est supérieur aux

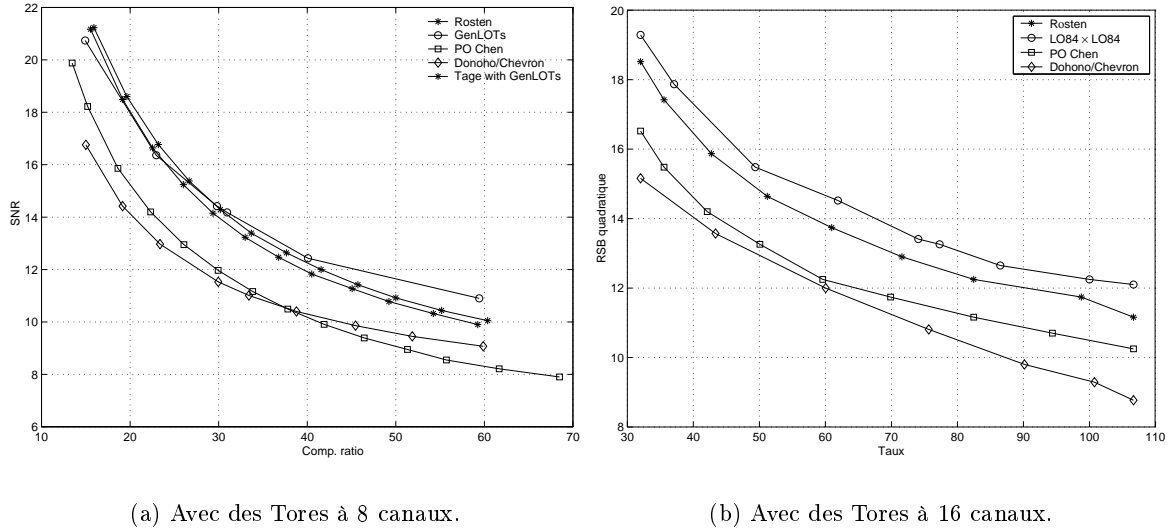


FIG. 9.19. – Comparaison de quatre algorithmes sur des données à déport commun.

deux méthodes par ondelettes, et le nôtre est légèrement meilleur que ce dernier.

La différence avec le résultat précédent provient essentiellement des bancs de filtres employés. Bien qu'ayant le même nombre de coefficients, les bancs de filtres orthogonaux à 16 canaux semblent mieux à même que ceux à 8 canaux de capturer l'information utile de ces données. Les résultats exposés dans la figure 9.18 (c) indiquent que nous pourrions même améliorer ces derniers résultats de quelques dixièmes de dB en utilisant une TSORE et une TORE à 16 canaux.

9.7. Conclusions sur les résultats objectifs

9.7.1. Conclusions sur les transformées testées

Nous avons employé diverses mesures objectives pour la comparaison des méthodes testées. Nous avons montré que les résultats objectifs peuvent être sensiblement différents suivant la mesure et les données sismiques choisies. Nous pouvons néanmoins extraire de ces résultats quelques tendances générales :

- le banc de filtres en ondelette 9/7, utilisé par de nombreux auteurs, donne de bons résultats avec le codage arborescent, par comparaison avec d'autres banc semiorthogonaux de même type ;
- l'emploi des transformées orthogonales à recouvrement de H. Malvar ne donne pas directement de meilleurs résultats que les ondelettes, surtout pour les données de tirs et une mesure d'erreur maximale. Leurs performances sont meilleures sur des données mieux organisées, comme une section sommée ;

- l’emploi de transformées étendues plus générales, optimisées en fonction des données sismiques, donne, par contre, des résultats supérieurs aux ondelettes pour quasiment toutes les mesures employées et pour toutes les données testées.

Nous avons également souligné l’impact important sur les résultats que peut avoir un prétraitement simple consistant à supprimer les traces raides ou trop bruitées. Un tel prétraitement permet de démarquer beaucoup plus nettement les transformées étendues des ondelettes. Nous pouvons obtenir ainsi un gain d’au moins 3 à 4 dB sur les ondelettes pour les RSB lissés, pour une large plage de taux de compression allant de 5 à 100 (cf. fig. 9.15 (c et d) et 9.17 (b et d)). Le RSB infini est généralement supérieur d’1 à 2 dB pour les TE, mais peut atteindre des valeurs bien supérieures, en raison de ses fluctuations très importantes. Il indique que l’erreur maximale est également plus faible pour les TE que pour les ondelettes.

Les méthodes de compression proposées donnent des résultats assez nettement supérieurs au codeur par paquets d’ondelettes de T. Chen pour l’ensemble des données testées, et supérieurs également à l’algorithme de P. Donoho sur les données à départ commun.

Les résultats obtenus par les TE sont assez proches de ceux obtenus par T. Røsten. En utilisant la même structure de bancs de filtres, les bancs de filtres non parfaits semblent meilleurs que les TE pour de faibles taux de compression et inférieurs pour de forts taux. Les résultats sont très proches pour une frange de taux moyens entre 20 et 40 : 1. Si l’on utilise une structure différente, les TORE étant peut-être plus faciles à optimiser que les bancs non parfaits, il nous fut possible d’obtenir de meilleurs résultats, même pour des taux faibles. Notons que si notre approche « bancs de filtres » semble assez proche de celle de T. Røsten, par convergence indépendante, les philosophies des algorithmes de codage respectifs sont fortement distinctes. Notre algorithme semble ici légèrement moins robuste aux faibles taux de compression. Une cause possible de cette faiblesse provient de l’algorithme de codage arborescent : pour un taux de compression faible, les listes décrivant la position des coefficients occupent une grande part du budget binaire, car il subsiste encore un grand nombre de coefficients non nuls. Quand le taux augmente, ces coefficients sont quantifiés ou seuillés plus sévèrement. L’image comprimée possède plus de zones et de plans de bits nuls, et par conséquent moins de coefficients à coder avec une plus faible précision.

9.7.2. Peut-on déterminer un seuil de compression objectif ?

Du fait de la non stationnarité des données sismiques, un critère d’erreur moyenne comme un rapport signal/bruit tend à masquer les erreurs induites sur les zones de faible dynamique, par exemple avant les premières arrivées sismiques, ou en fin de trace, là où le signal est parfois noyé dans le bruit ambiant. De plus, le RSB ne donne presque aucune indication sur la dégradation de l’information contenue dans le signal. La difficulté principale pour les données sismiques est que la notion même d’information est complexe. Une grande part de l’information est obtenue après une analyse et un traitement souvent itératif des données. L’information

n'est donc pas immédiatement décelable sur des données provenant des points de tir, par exemple. Plusieurs approches ont été proposées pour analyser plus finement l'impact du bruit. P. Donoho [DEP99] a proposé de maintenir le bruit de compression en dessous du niveau du bruit que contiennent les données avant les premières arrivées. Il se fonde sur l'hypothèse que pour les taux de compression faibles, c'est-à-dire inférieurs à 15 : 1, le bruit de compression se comporte comme un bruit blanc. Dans [Don98], il compare le bruit de compression obtenu par une compression par ondelettes à celui engendré par la troncature brutale des échantillons du signal, arguant de la faiblesse des moyens de visualisation. P. Vermeer [Ver99] suggère de conserver le bruit en-deçà du bruit interne du système d'acquisition, et en particulier du bruit de quantification. Cette tolérance lui permet de comprimer les données jusqu'à un taux de 4 : 1.

Même si ces méthodes font intervenir un niveau de bruit, elles se ramènent pratiquement à un calcul de type RSBq. En complément de la figure 9.19 (a), le tableau 9.3 indique une estimation du taux de compression obtenu par les quatre algorithmes testés, pour deux seuils de bruit différents.

Seuil/algorithme	Donoho	Chen	Røsten	Duval
16 dB	16,2	18,5	25,2	24,2
12 dB	27,8	30	41,6	44,8

TAB. 9.3. – Comparaison des taux de compression en fonction du seuil de bruit en dB.

Nous pouvons conclure sur ce seul exemple que, pour un seuil d'erreur fixé, le taux de compression peut varier fortement selon le choix des méthodes. Dans cet exemple, un taux de 16 à 18 avec des ondelettes ou des paquets d'ondelettes peut être mené à près de 25 avec un algorithme à base de bancs de filtres, ou un taux de 30 mené à 45. Par conséquent, il semble arbitraire de fixer un taux de compression général, au-delà duquel la compression n'est plus sûre. Le choix d'un tel seuil dépend fortement de l'algorithme employé.

9.7.3. Vers une analyse subjective de la compression

Le RSB quadratique, ainsi que les autres mesures objectives employées dans ce chapitre, ne sont pas des mesures précises de la qualité de la compression, comme nous l'avons remarqué au début de cette section. A. Vassiliou et M. Wickerhauser [VW97, p. 124] remarquent également : *"It should be noted that the two distortion criteria used here [le RSBq et le RSBa] are not perfectly correlated with visible distortion"*. Malheureusement, s'il existe pour l'image ou le son des mesures tenant compte de données psychovisuelles ou auditives, leur équivalent pour les données sismiques n'existe pas encore. Les traitements sismiques modifient considérablement l'allure des données, par des opérations itératives et souvent non linéaires. La conception d'une mesure capable d'apprécier la qualité des données sur l'image finale semble donc un défi conséquent. Le chapitre suivant propose une approche plus visuelle, permettant d'observer et

de constater l'impact du bruit introduit par la compression sur les données sismiques. Nous verrons que cette observation apporte une information complémentaire pour le choix d'un algorithme de compression, mais soulève dans le même temps des questions sur la nature des bruits induits par la compression.

10. Compression : résultats subjectifs

Motivations :

Il est convenu que les critères objectifs de type rapport signal/bruit ne sont pas des mesures parfaites de la dégradation subie par les signaux comprimés. Nous cherchons ici à visualiser le type de bruit introduit par les ondelettes et les transformées étendues, dans le cadre du codage arborescent. Cette étude doit permettre de compléter les résultats objectifs, afin de déterminer si le bruit induit par la compression est nuisible ou non à l'interprétation des signaux sismiques et à leur traitement.

Résumé :

Après avoir quantifié de manière objective le résultat de la compression, nous cherchons ici à visualiser le bruit de compression de façon qualitative, suivant que l'on comprime les signaux avec des ondelettes ou des transformées étendues. Nous illustrons cette étude par la compression d'un tir et d'une section sommée à différents taux. L'observation conjointe du signal comprimé d'une part et de la différence entre le signal comprimé et le signal original d'autre part révèle des différences subtiles, donnant quelques indications sur les effets des ondelettes d'une part et des transformées étendues d'autre part. Nous montrons sur ces exemples que l'uniformité visuelle du bruit de compression mérite une attention particulière, et que les ondelettes et les transformées étendues ont des comportements sensiblement différents. Cette analyse est suivie d'une étude de l'impact de la compression sur un traitement sismique. Nous montrons que l'emploi de transformées étendues semble présenter une plus grande robustesse au traitement que les transformées en ondelettes.

10.1. Visualisation du bruit de compression

Nous avons choisi de montrer ici l'impact du bruit de compression sur un tir terrestre et sur une section sommée. Nous avons utilisé la compression par ondelettes et par transformées étendues en conjonction avec le codage arborescent qui nous permet d'obtenir exactement le même taux de compression pour les deux méthodes. Conformément aux remarques du chapitre précédent, notre but n'est pas de donner une estimation du taux de compression maximum pour lequel l'information sismique reste préservée. Au contraire, nous cherchons à montrer la robustesse relative des ondelettes et des transformées étendues, quitte à pousser

les taux de compression au-delà des limites raisonnables (d'un facteur de 300 pour une section sommée), afin d'observer l'apparition des dégradations de l'information sismique et le type de dégradation selon la méthode.

Dans cette première section, nous nous concentrerons sur une simple analyse visuelle des données, sur des données de tir terrestre et une section sommée.

10.1.1. Impact de la compression sur un tir terrestre

Dans cet exemple, nous avons utilisé un tir terrestre sans autre prétraitement que la suppression des traces trop fortement bruitées ou raides. Nous cherchons à simuler ici le résultat d'une compression directe des données, sans intervention « humaine ». Les figures 10.1 et 10.2 se lisent de la façon suivante. Nous avons comprimé un tir terrestre à divers taux de 5 à 100. La figure 10.1 représente les résultats obtenus avec une transformée de Walsh à 8 canaux et une TORE à 8 canaux et de facteur de recouvrement 5. La figure 10.2 est obtenue avec l'ondelette semiorthogonale 9/7. Chacune de ces figures est formée :

- à gauche, d'une partie représentant le tir après compression et indiquant le taux ;
- à droite, d'une partie représentant la différence entre le tir original et le tir comprimé ainsi que le RSB quadratique obtenu.

Nous avons opté pour une représentation en aire variable, qui fait mieux apparaître les détails dans ce cas particulier. En raison des variations dynamiques importantes entre les signaux, chaque trace a été normalisée indépendamment des autres traces, en fonction de son amplitude maximale. Si l'on avait employé la même échelle, les bruits induits seraient la plupart du temps indiscernables à côté des signaux sismiques. Le taux de 5 peut être considéré comme référence. En effet, même représenté à plus grande échelle, le tir original et le tir comprimé d'un facteur 5 sont quasiment indiscernables.

La première observation, qui valide le choix des transformées étendues en général, est que les effets de blocs sont totalement absents des tirs comprimés avec les ondelettes ou avec les TE. La reconstruction des données à des taux supérieurs à 10 présente beaucoup moins de lacunes que l'exemple de compression par la transformée de Haar, représenté dans la figure 8.1, page 119. L'usage de transformées plus élaborées que celle de Haar et de codage plus complexe que le simple seuillage des coefficients est donc nécessaire à l'obtention de taux de compression conséquents.

Nous pouvons observer sur la figure 10.1 que le bruit induit par les transformées étendues est de faible amplitude. En effet, il n'apparaît pas visuellement sur la partie gauche de la figure (en particulier avant les premières arrivées et en fin de trace), alors le signal seul semble relativement fort sur la partie droite de la figure. Cette représentation donne une idée des niveaux relatifs du signal et du bruit.

À l'échelle de ces figures, les tirs comprimés semblent très similaires, et il faut atteindre des taux de 70 ou 100 pour voir apparaître un léger début de dégradation dans la continuité

des hyperboles de réflexion situées dans le dernier tiers de chaque tir. Le bruit induit varie par contre de manière plus nette. Il semble relativement uniforme sur le tir pour les taux de 5 à 10, puis l'empreinte des premières arrivées sismiques apparaît plus nettement à mesure que le taux augmente, indiquant l'émergence d'une certaine cohérence dans le bruit de compression. Cette cohérence se concentre essentiellement au niveau des premières arrivées, mais ne semble pas affecter fortement les hyperboles de réflexion : sous les premières arrivées, le bruit ne présente pas de cohérence évidente, de forme hyperbolique par exemple.

Si l'on regarde maintenant la partie droite de la figure 10.2, obtenu par compression par ondelettes, le bruit semble relativement uniforme jusqu'à un taux de 20, supérieur apparemment à ce qu'on a obtenu précédemment dans la figure 10.1. Même au taux de 40 où l'on distingue un début d'empreinte, le bruit semble mieux réparti qu'au même taux par compression par TE. Le RSBq est pourtant nettement inférieur, d'environ 8 dB. Si l'on prolonge l'étude des bruits pour les taux de 70 ou 100, on voit très nettement apparaître du bruit cohérent dans la moitié inférieure du tir-différence, avec des formes hyperboliques très marquées. Si l'on se reporte maintenant au panneau gauche de la figure 10.2, on voit qu'en effet il y a rupture de continuité d'hyperboles situées dans le tiers inférieur, aux taux de 70 et 100.

Pour les taux faibles, jusqu'à 40 : 1, les ondelettes semblent donc induire un bruit « plus uniforme » que les TE. Cependant, le niveau de bruit est beaucoup plus important pour les ondelettes que pour les TE, pour l'ensemble des taux de compression. Et l'on observe également que lorsque le taux augmente, les ondelettes apportent un bruit cohérent qui dégrade visiblement l'information sismique, phénomène presque invisible avec les TE.

Cette étude permet de mettre en lumière les limitations d'approches classiques de la compression de données sismiques, approches basées soit sur un taux, soit sur un niveau de bruit. Ces limitations peuvent être illustrées par deux questions :

- pour obtenir un taux de compression de 20, doit-on utiliser des ondelettes qui induisent un bruit apparemment réparti sur l'ensemble du tir, avec un RSBq de 33,6 dB, ou les TE avec un RSBq de 41,4 dB ? Il faut tenir compte du fait que les ondelettes, à partir d'un certain taux, commencent à détruire visiblement de l'information sismique structurée, correspondant aux hyperboles de réflexion.
- si l'on travaille à RSBq donné, par exemple à 23 dB, doit-on préférer un taux de 40 avec des ondelettes, sur lequel on peut observer un début de dégradation d'hyperboles sur le tiers inférieur droit du tir-différence, ou un taux d'environ 80 avec les TE et une empreinte des premières arrivées très marquée ?

Pour rendre ces décisions plus simples, on peut regarder plus précisément l'impact du bruit de compression au niveau des traces sismiques. La figure 10.3 (a) permet de comparer les ondelettes et TE sur une trace proche, marquant l'apex des hyperboles de réflexion. La trace originale est rappelée en haut de la figure. La première et la troisième colonnes représentent la trace après compression à différents taux par TE et par ondelettes, respectivement. La seconde

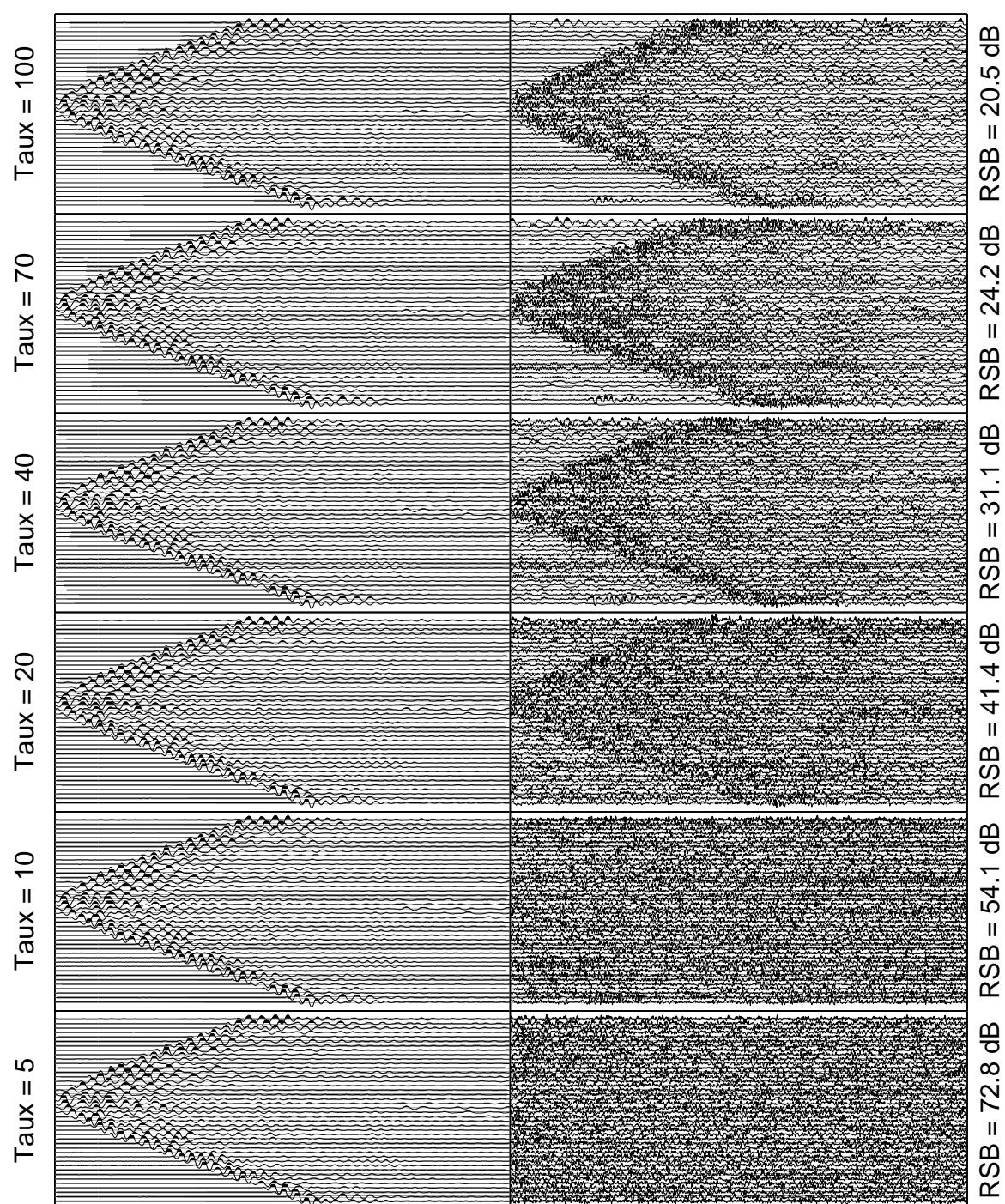


FIG. 10.1. – Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur un tir terrestre à des taux de 5 à 100, par transformées étendues. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.

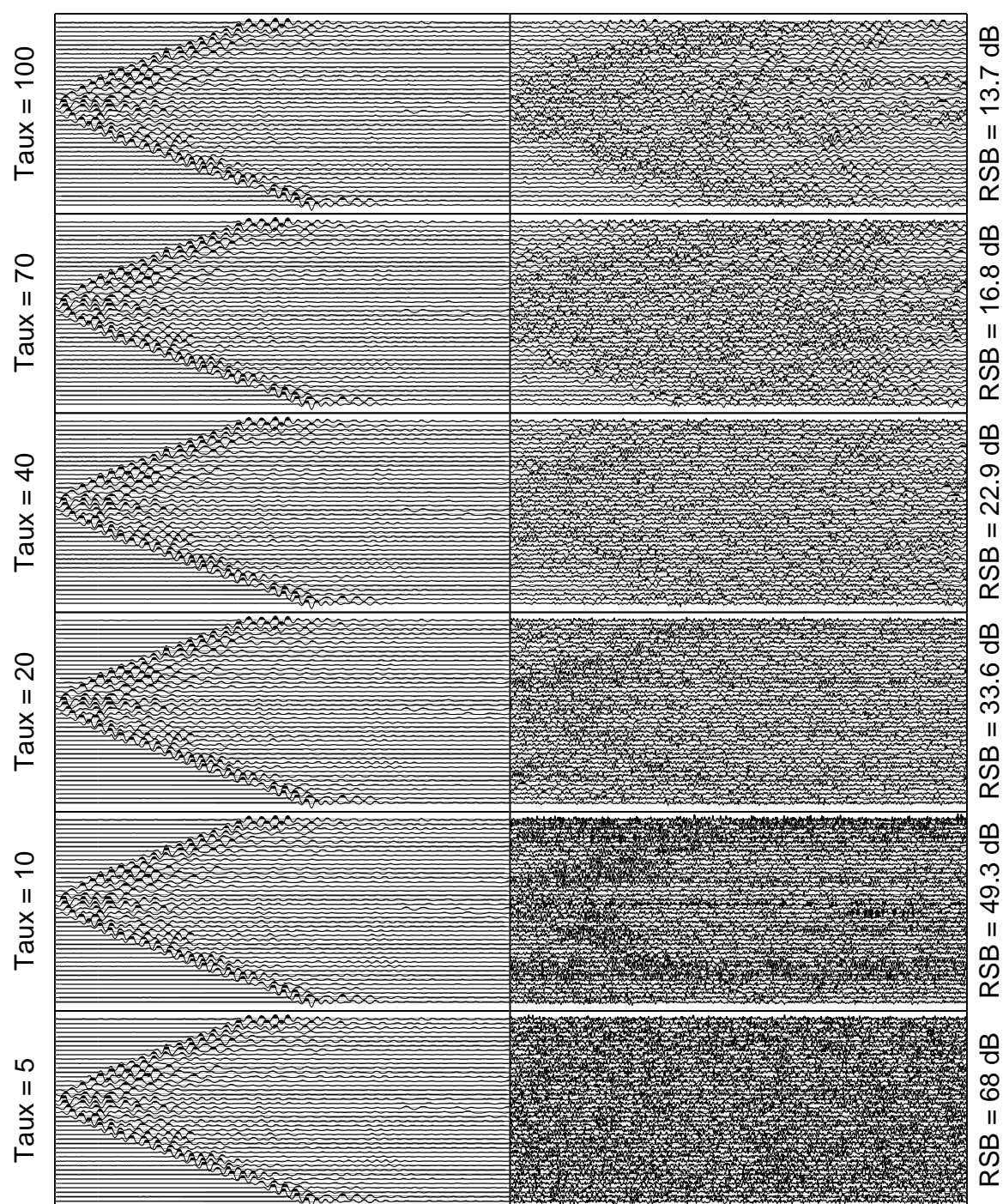


FIG. 10.2. – Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur un tir terrestre à des taux de 5 à 100, avec l'ondelette 9/7. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.

et la quatrième colonnes sont les traces-différences, ici conservées à la même échelle.

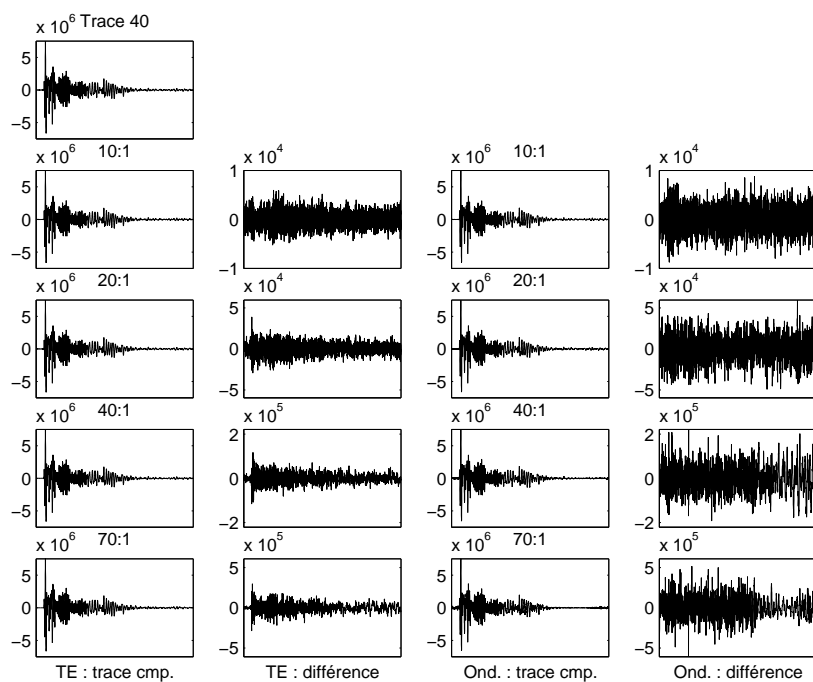
Nous observons que les bruits possèdent des structures assez différentes suivant la méthode et le taux de compression. Le bruit de compression provenant des ondelettes est visiblement plus fort que celui provenant des TE. Il semble qu'à mesure où le taux augmente, le bruit des TE tende à épouser la forme des zones de plus grande amplitude de la trace originale, ce que l'on voit assez nettement au taux de 70. À ce même taux, les échantillons situés en fin de trace sont très nettement aplatis avec les ondelettes, ce qui corrobore l'observation de la disparition des hyperboles sur les tirs. On observe également un phénomène intéressant en début de trace. Avec les transformées étendues, à mesure que le taux augmente, les premiers échantillons du tir-différence affichent des amplitudes très inférieures au reste des échantillons. Ceci se répercute au niveau de la trace comprimée par des échantillons de faible amplitude avant la première arrivée, en conformité avec l'allure de la trace originale. Ce n'est plus le cas avec les ondelettes, qui tendent à créer des « précurseurs » en début de trace, avant même l'arrivée de signaux. Nous notons la présence d'échantillons de très forte amplitude par rapport à celle des échantillons originaux. Ce phénomène s'accroît avec le taux de compression. La présence de tels signaux pourrait fausser la détection des premières arrivées.

Nous faisons sensiblement les mêmes constatations sur une trace lointaine, située à l'extrémité du dispositif d'acquisition, sur la figure 10.3 (b). Les précurseurs causés par les ondelettes sont encore plus nettement visibles. Aux forts taux de compression, le bruit des TE semble par contre épouser moins fidèlement la forme du signal sismique que pour les traces proches.

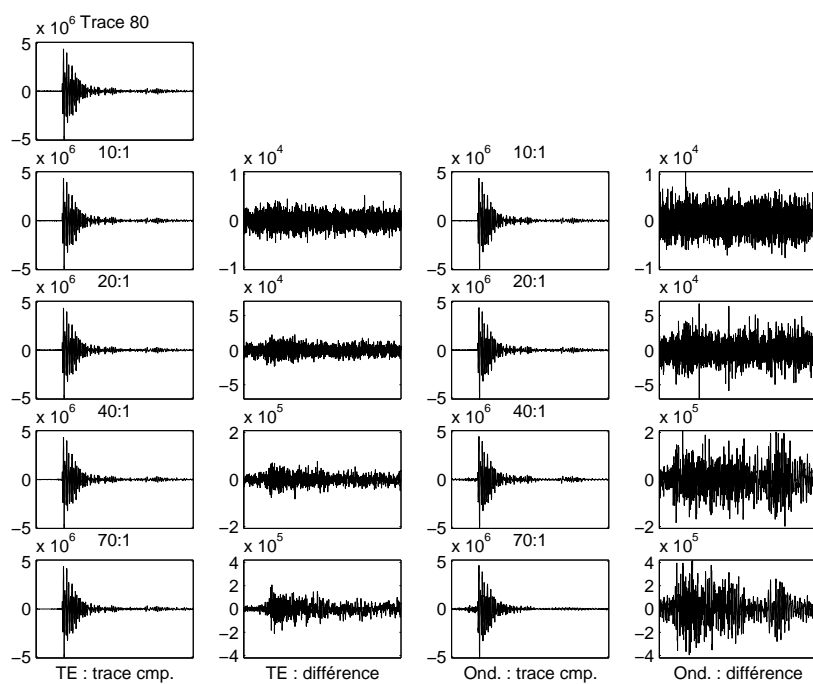
La répartition du bruit induit par les TE, grâce à leur caractère local même dans les basses fréquences¹, semble exploiter un phénomène de masquage. Elles tendent à mieux répartir le bruit entre les zones de faible et de forte amplitude. Par conséquent, leur emploi permet de mieux préserver les amplitudes, en fin de trace par exemple. Le caractère plus local des TE apparaît sur le tir-différence au taux de 20 : le bruit généré par les ondelettes semble mieux réparti sur toute la portion de tir, et visuellement plus désorganisé. Pourtant, son niveau moyen est beaucoup plus important qu'avec les TE. Cependant, l'empreinte du tir apparaît plus clairement pour les TE, où l'on distingue clairement les premières arrivées sismiques. Ce caractère moins cohérent peut laisser penser que les TE au taux de 20 détruisent plus d'information sismique que les ondelettes. Mais au contraire, le niveau de bruit relatif permet de s'apercevoir que les premières arrivées sont également présentes dans le tir-différence par ondelettes, si l'on fait abstraction de l'important niveau de bruit sur toute la figure. Ceci signifie que de l'information sismique a disparu, mais que ce phénomène est en partie masqué par un bruit additif plus fort.

Ce phénomène s'inverse partiellement au taux de 100 et au-dessus. Certes l'empreinte du tir devient toujours plus nette avec les TE, mais l'on peut remarquer que peu d'information structurée apparaît sous les premières arrivées. Par contre, les formes hyperboliques des ré-

¹ Les ondelettes correspondant aux basses fréquences peuvent avoir un support très long, à cause des multiples convolutions du filtre basse fréquence dans la décomposition dyadique.



(a) Niveaux de bruit sur une trace proche d'un tir terrestre



(b) Niveaux de bruit sur une trace lointaine d'un tir terrestre

FIG. 10.3. – Détail des figures 10.1 et 10.2 : niveau de bruit sur une trace proche (a) et une trace lointaine (b) selon la méthode et du taux de compression.

flexions apparaissent clairement dans le tir-différence par ondelettes (à droite), et expliquent les discontinuités observées dans le tir comprimé. Ces constatations montrent que le bruit de compression n'est pas homogène sur l'ensemble d'un tir et qu'il est risqué de faire l'hypothèse qu'il s'agit d'un bruit incohérent.

10.1.2. Impact de la compression sur une section sommée

Nous effectuons dans cette section le même type d'analyse que précédemment sur la section sommée représentée dans la figure 9.1. Les données sont comprimées à des taux de 100 à 300, et représentées dans les figures 10.4 (transformées étendues) et 10.5 (ondelette 9/7). Nous avons adopté ici une représentation en couleurs, qui permet de pallier en partie la taille d'impression réduite. Pour les ondelettes comme les TE, il est difficile de distinguer directement les dégradations pour ces taux, et nous avons dû forcer le contraste des images afin de permettre quelques constatations.

On peut d'abord observer la structure en rouge marquée par la flèche (1) au taux de 100 pour les TE (fig. 10.4). Cette structure conserve sa continuité même au taux de 300, bien qu'elle y perde en définition. Ce n'est pas étonnant car les hautes fréquences sont souvent les premières à pâtir de la compression. Cette structure est par contre interrompue au taux de 300 avec les ondelettes, et la zone alentour est assez fortement dégradée.

À proximité de la flèche (2), on peut distinguer que les structures sont légèrement moins nettes avec les ondelettes. La décomposition dyadique des fréquences tend parfois à perdre plus facilement de l'information et à produire un flou plus important qu'avec les TSORE.

L'observation des différences ou du bruit de compression est ici un peu plus révélatrice : on remarque très peu de structures cohérentes avec les TSORE, tandis que des structures horizontales cohérentes, correspondant à des détails de la section sommée, apparaissent à presque tous les taux avec les ondelettes. Ces structures sont relativement fines, ce qui indique que les hautes fréquences sont les premières à subir des dégradations visibles par différence, même si elles sont parfois difficiles à retrouver sur les sections sommées. On peut, par exemple, voir apparaître des structures obliques assez nettes au centre de l'image-différence lors de la compression par ondelettes, au taux de 100. Au taux de 300, les blocs d'erreurs latéralement cohérents sont plus présents avec les ondelettes qu'avec les TSORE.

Le lissage dans le bas de la section devient très visible à ce taux, comme l'indiquent les zones blanches de plus en plus étendues, qui correspondent à des échantillons de faible module. La comparaison des différences à ce taux est assez éloquente : les cohérences horizontales apparaissent beaucoup plus clairement avec la compression par ondelettes. L'analyse fine de ces dégradations reste complexe, car elles ne sont pas toujours décelables au même endroit selon les taux de compression. Elles semblent masquées par l'apparition d'erreurs d'amplitudes plus importantes en d'autres endroits de l'image.

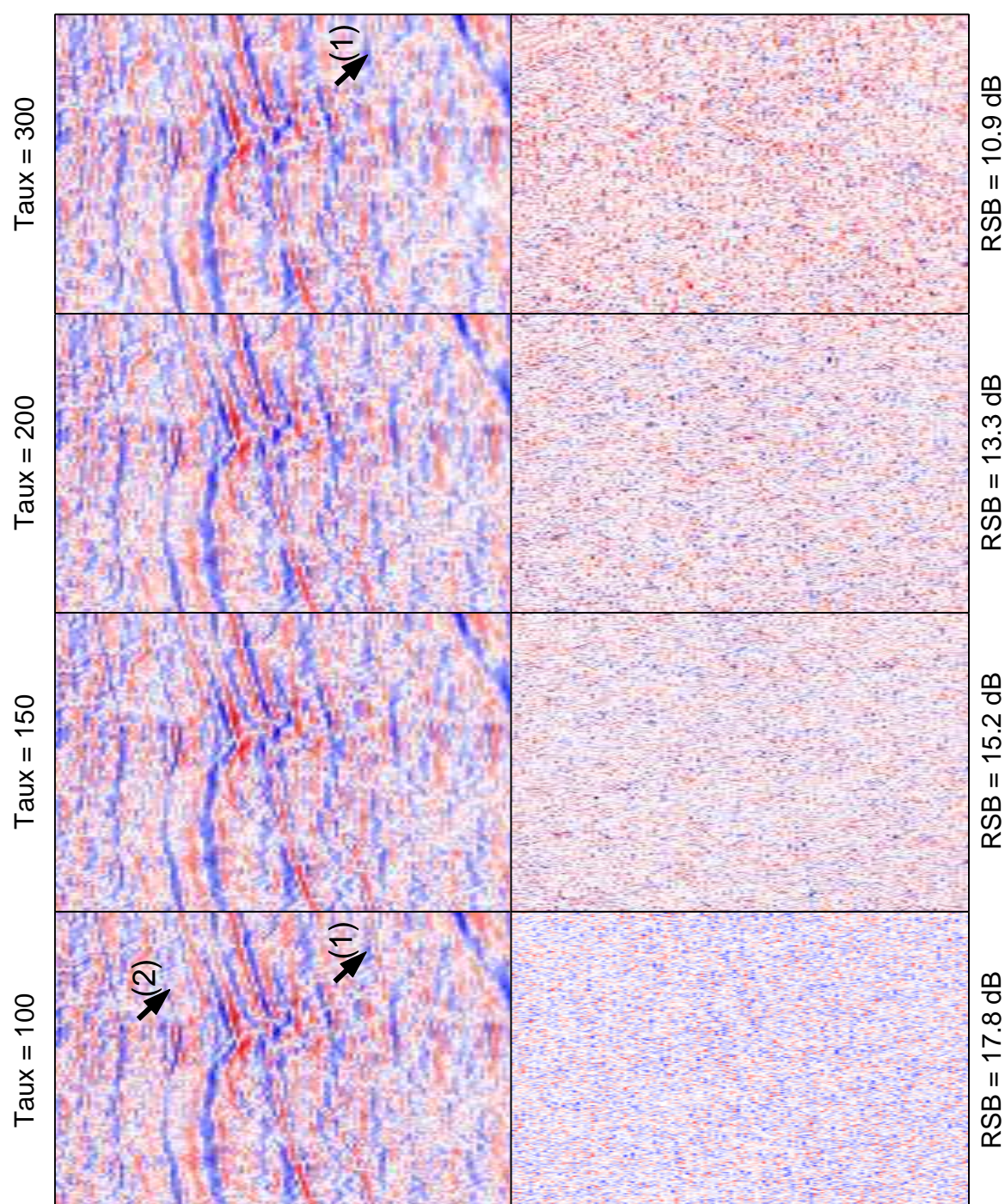


FIG. 10.4. – Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur une section sommée à des taux de 100 à 300, par transformées étendues. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.

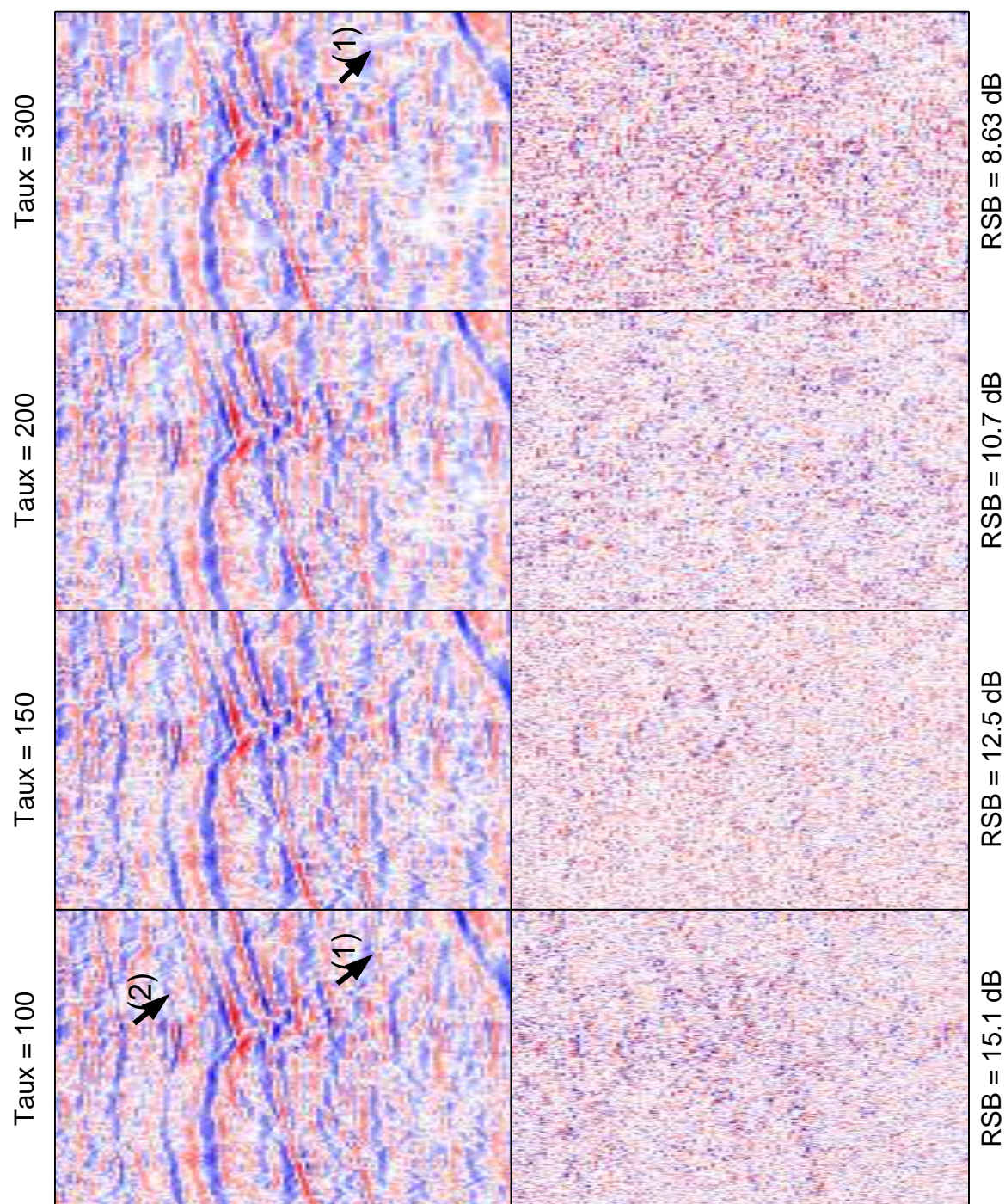


FIG. 10.5. – Compression et analyse visuelle du bruit de compression sur une section sommée à des taux de 100 à 300, avec l'ondelette 9/7. Les différences (le bruit de compression) sont représentées dans le panneau de droite.

10.1.3. Impact de la compression sur un traitement de sommation

Nous montrons ici un exemple d'impact de la compression sur un traitement de sommation. L'expérience porte sur un ensemble de 82 points de tir. On leur applique un traitement classique comportant des corrections statiques, un tri en point milieu, des corrections dynamiques et une égalisation d'amplitude, suivis d'une sommation. Ce traitement ne comporte pas de filtrage afin d'éviter de masquer les dégradations dues à la compression. Chaque point de tir est comprimé d'un facteur 20, puis décomprimé. Nous utilisons le codage arborescent basé avec l'ondelette 9/7 et un couple de TORE (TDC8, LO85). Nous appliquons ensuite le même traitement sur les données comprimées puis décomprimées. La section sommée issue de la compression par chaque méthode est comparée à la section obtenue sans compression. La figure 10.6 représente les RSBq pour chaque tir, ainsi que le RSBq moyen sur tous les tirs. On observe ici que les TORE permettent d'obtenir environ 3,5 dB d'amélioration par rapport aux ondelettes. La fluctuation relativement faible des RSBq des tirs autour du RSB moyen illustre à nouveau la possibilité d'employer la même méthode de compression pour un ensemble de tirs.

La sommation permet de réduire le niveau de bruit introduit de 2,2 dB pour les ondelettes et de 2,6 dB pour les TORE. Cette différence peut s'expliquer en fonction des observations précédentes. S'il s'avère que des TORE bien choisies introduisent un bruit plus incohérent que les ondelettes, du moins dans certaines portions des tirs, il est alors rassurant qu'une sommation, qui tend à réduire les bruits incohérents, parvienne plus facilement à atténuer une partie du bruit issu des TORE.

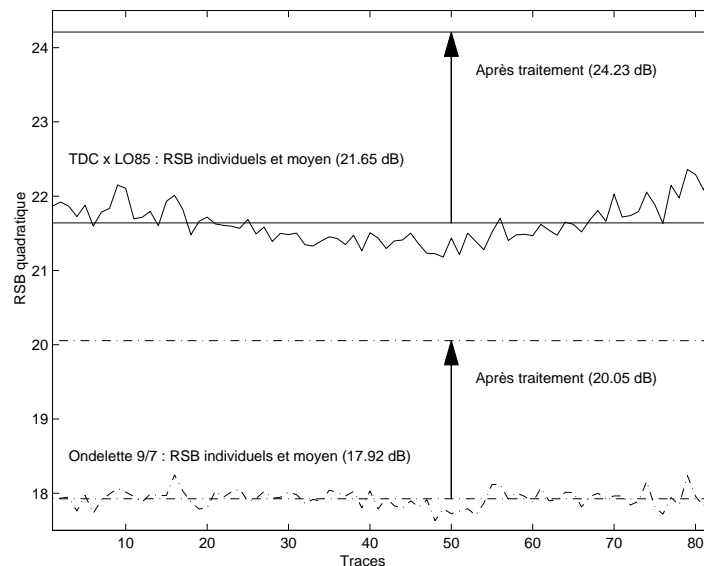


FIG. 10.6. – Compression à 20 : 1 pour chaque point de tir. RSBq avant et après traitement.

L'inspection visuelle ne montre aucune différence visible entre les trois sections sommées, en

raison du faible taux de compression. Les imprécisions introduites sont mises en évidence sur la figure 10.7, qui représente la section-différence pour les deux algorithmes de compression, par comparaison avec la section non comprimée. Nous montrons ici la seule portion de la section exhibant des événements cohérents. Les autres parties de la section sommée ne montrent, après analyse visuelle, que du bruit incohérent. Après la compression par ondelettes, on observe clairement des événements pentés dans le quadrant inférieur droit de la section. L'amplitude des événements cohérents est cent fois inférieure environ aux événements originaux, ce qui explique pourquoi ces effets ne sont pas visibles directement, mais uniquement par différence. Le reste de la figure 10.7 (b) apparaît désorganisé, de même que l'intégralité de la section comprimée par des TORE (fig. 10.7 (a)).

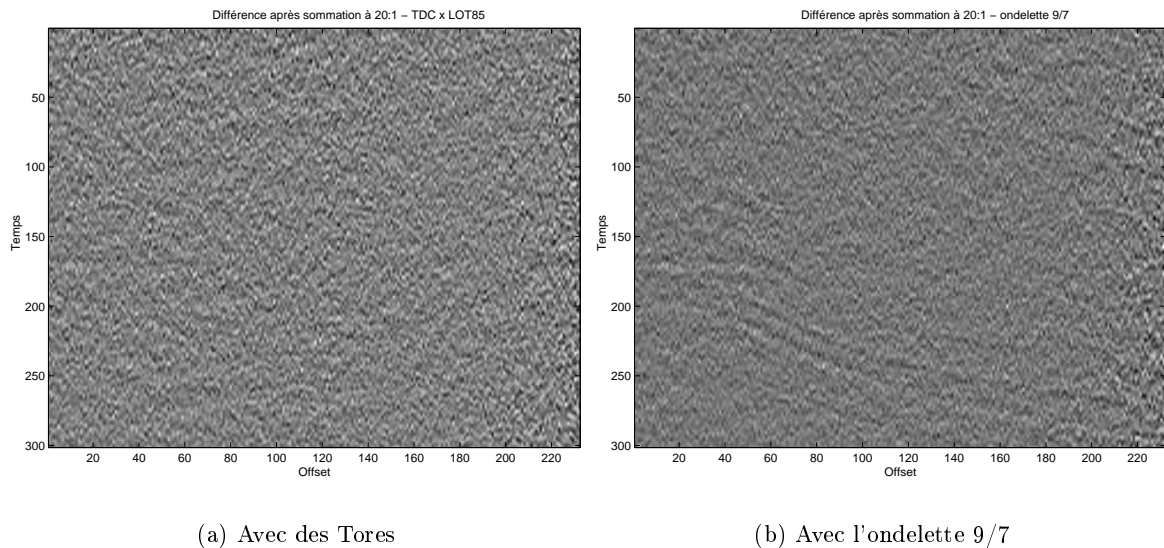


FIG. 10.7. – Compression à 20 : 1. Analyse visuelle de la différence après sommation, par TE (a) et pour l'ondelette 9/7 (b).

10.2. Conclusions sur les résultats subjectifs

10.2.1. Remarques sur la visualisation du bruit

Ces remarques rejoignent les problèmes d'interprétation évoqués dans l'introduction. Le format et le support de ce mémoire ne permettent pas de visualiser avec assez de précision les résultats obtenus sur des planches sismiques de taille beaucoup plus grande. Pour faire apparaître les détails les plus ténus, il faut souvent sélectionner et filtrer les zones d'intérêt, adapter précisément la palette de couleurs, le gain appliqué à chaque portion de signal, etc. Ces analyses minutieuses peuvent difficilement être menées dans le cadre d'une compression routinière, et il n'est pas toujours possible d'extrapoler les résultats, comme le montre l'analyse

du bruit sur les tirs ou la section sommée.

L'impact de la compression sur le traitement et l'interprétation des données pose un problème analogue. Il n'existe pas vraiment de traitement sismique général permettant de couvrir toutes les possibilités de traitement. Nous pouvons cependant souligner quelques traits des méthodes de compression proposées.

10.2.2. Discussion sur les résultats et le bruit induit par la compression

L'interprétation des résultats subjectifs semble relativement complexe, si l'on ne s'appuie pas sur des résultats objectifs pour quantifier le niveau de bruit. Nous voyons apparaître trois sortes de bruits :

- les bruits visuellement incohérents par rapport aux signaux sismiques ;
- les bruits cohérents mais peu porteurs d'information sismique comme l'empreinte des premières arrivées ;
- les bruits cohérents porteurs d'information sismique comme des portions d'hyperboles.

Ces trois types de bruits semblent se mêler dans des proportions diverses suivant la méthode, les signaux et le taux de compression. Des bruits visuellement incohérents, on sait qu'on peut parfois les atténuer dans de fortes proportions, par exemple d'un facteur \sqrt{n} pour la sommation de n traces, si le bruit est blanc et gaussien. Comme l'information dans les signaux sismiques est souvent distribuée le long des signaux, les deux autres types de bruits ont un caractère plus local, et peuvent être partiellement dissimulés par les bruits incohérents, comme l'illustre la compression d'un tir terrestre par ondelettes. Suivant la méthode de compression envisagée, le bruit induit n'est pas toujours homogène sur les données sismiques.

Les analyses des signaux comprimés en une et deux dimensions sont complémentaires. La figure 10.3, qui représente les effets de la compression sur une trace proche et une trace lointaine, met en évidence l'apparition des précurseurs après compression par ondelettes, phénomène moins aisément visible sur les tirs de la figure 10.1, représentés en deux dimensions.

Les analyses effectuées indiquent que le bruit généré par les transformées étendues semble avoir moins d'impact sur les données sismiques que celui induit par les ondelettes. Quand les TE induisent du bruit cohérent, ce dernier se concentre plus facilement sous les signaux de forte amplitude et nuit moins aux signaux de faible amplitude. Par exemple, la concentration de l'énergie de l'erreur par les TE se produit au niveau des premières arrivées des tirs, qui portent moins d'information sismique que les hyperboles de réflexion, lesquelles subissent une dégradation plus importante par les ondelettes. Ces comportements sont probablement dus non seulement au caractère plus ou moins local des transformées, mais aussi au codage arborescent, surtout pour de forts taux de compression. Les transformées étendues sont généralement plus habiles que les ondelettes pour créer de vastes plans des bits nuls. En conséquence, le codage arborescent dispose d'un budget de bits plus large pour coder des coefficients relativement isolés, de faible amplitude, qui peuvent correspondre à des réflexions.

Sur les différents signaux sismiques analysés, il semble donc qu'à taux de compression égal, l'emploi des TE apporte un niveau de bruit inférieur à celui des ondelettes et globalement plus incohérent. Quand le bruit induit est cohérent, il peut se concentrer dans des zones de forte amplitude et laisser assez de précision aux zones de dynamique plus faible.

Dans quelle mesure le bruit induit influe-t-il sur les données sismiques ? Nous avons vu dans un exemple que la sommation peut rendre le bruit de compression invisible à l'œil, alors que ce bruit est visible sur des points de tirs. Un bruit cohérent, très localisé, peut néanmoins apparaître sur la section différence comprimée par ondelettes. Le traitement sismique utilise de nombreuses méthodes de suppression de bruits, cohérents et incohérents. Quand l'information sismique est dégradée localement, le traitement peut utiliser la redondance présente dans le reste des données pour retrouver cette information. L'exemple le plus frappant est donné par les expériences d'acquisition sur un unique bit de signe de T. Hu et G. Gardner [HG81]. Ces auteurs montrent que la sommation et la migration, sur un nombre suffisant de traces, permettent d'extraire une information sismique précise de traces qui, individuellement, ne donnent pas d'information sismique directe, car couvertes de bruits et saturées en amplitude (cf. sec. 4.2.2). Ils soulignent également que la nature du bruit ambiant influence fortement leurs résultats. On peut donc inscrire le bruit induit par la compression dans le cadre plus vaste de la notion de bruit en sismique. Ce problème a récemment été abordé par J. Scales et R. Snieder [SS98]. Ces auteurs soulèvent d'importantes questions sur les propriétés des bruits, leur caractère cohérent ou incohérent, aléatoire ou reproductible. Le bruit induit par une méthode de compression donnée est, généralement, reproductible et déterministe. Son caractère de cohérence dépend certainement de la méthode de compression employée. On peut imaginer par exemple que le choix de compresser un tir :

- soit de manière monodimensionnelle, trace par trace ;
- soit de manière bidimensionnelle comme nous l'avons fait,

aura des conséquences différentes, car dans le premier cas les cohérences horizontales ne sont pas prises en compte directement. Le bruit de compression peut être reproductible, mais modélisé par un processus stochastique. Certains processus de traitement sismique font des hypothèses sur la nature du bruit présent dans les données. Ce bruit est souvent supposé blanc et gaussien, mais ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées. T. Hu *et al.* [HG81] indiquent par exemple que le bruit ambiant peut posséder des caractéristiques de bruits blancs, uniformes ou gaussiens, ou à phase aléatoire. Dans le cas de la compression, suivant le taux choisi, peuvent s'ajouter des composantes cohérentes. P. Donoho [DEP99], qui utilise une compression par ondelettes, propose de considérer le bruit de compression comme blanc et gaussien aux faibles taux de compression, et de le maintenir en-dessous du bruit ambiant avant les premières arrivées. Cette approche est intéressante, mais peut présenter quelques limites :

- dans le cas où le bruit ambiant est fort, l'empreinte d'hyperboles de réflexion peut être

camouflée sous le niveau de bruit, comme nous l'avons observé avec la compression par ondelettes (cf. fig. 10.3) ;

- si l'on veut tirer le meilleur parti de la compression, il peut être intéressant, comme dans le cas des TE, d'utiliser des effets de masquage. Le bruit de compression peut alors perdre de son caractère incohérent ou de « bruit blanc gaussien ». On risquerait sinon de privilégier un bruit plus uniforme, comme celui induit par les ondelettes, même si son impact après traitement est plus important, à cause de la dégradation d'information sismique camouflée ou de précurseurs apparaissant avant les premières arrivées. Ce risque correspond en partie aux observations que nous avons faites sur les effets de la compression sur un traitement en sommation à la section 10.1.3. Nous avons pu voir en effet que malgré l'empreinte visible des premières arrivées pour la compression par TE, le traitement en sommation subséquent n'exhibe pas de cohérence, alors qu'il en montre après compression par ondelettes.

La réflexion sur les effets de la compression doit également tenir compte également des propriétés de débruitage des transformées temps-échelle comme les ondelettes. C'est l'objet du chapitre suivant, qui reproduit l'article [DR00].

11. Compression et débruitage

Le débruitage des signaux fait partie des nombreuses applications des transformées en ondelettes. Les ondelettes ont été employées à cette fin en géophysique, principalement pour deux types de débruitage différents :

- réduction des bruits incohérents ou aléatoires (par exemple du bruit ambiant [MC98], ou en association avec la compression de données [II98]) ;
- réduction des bruits cohérents (bruits de surface [DW97b], bruit de traîne [WDR99]).

Ce type de débruitage fait appel aux propriétés de localisation temps-fréquence ou temps-échelle des transformées permettant d'isoler et de supprimer certaines composantes parasites. Le seuillage est la technique de débruitage la plus simple. Il se décline en deux versions. La première étape est commune ; elle consiste à appliquer une transformation au signal (D. Donoho [Don95] utilise les ondelettes). Cette étape peut être suivie de deux types de seuillage, en fonction du seuil s : le seuillage dur et le seuillage doux (*hard* et *soft thresholding*) [SN96, p. 387]. Le signal est reconstruit à partir des coefficients seuillés. Comme l'emploi d'une transformée et le seuillage sont souvent des étapes de la compression, il semble relativement naturel de combiner la compression et le débruitage. Les pages suivantes reproduisent un article rédigé en collaboration avec T. Røsten [DR00] et présenté lors de la 60e conférence de la Society of Exploration Geophysicists. Les résultats exposés consistent en la mise en œuvre de TORE et de bancs de filtres non parfaits pour la compression et l'emploi d'une TORE pour le débruitage du signal.

Nous concluons qu'à schéma de compression égal, sur les données employées, les TORE que nous avons optimisées ont des performances très proches de celles des bancs de filtres non parfaits, bien que légèrement inférieures en RSB quadratique. La différence entre les deux méthodes reste inférieure à 0,1 dB pour les taux allant de 15 à 60. Les performances des TORE et des bancs de filtres non parfaits sont par contre sensiblement supérieures à celles de l'ondelette 9/7, de 5,5 dB pour un taux de 15 à 3,5 dB environ pour un taux de 60. Ces résultats concordent étroitement avec ceux de la figure 9.15 (a), indiquant la distorsion différentielle par rapport à l'ondelette 9/7. En conclusion, les TORE permettent d'améliorer les résultats de débruitage obtenus avec différents niveaux de décomposition en ondelettes. Nous utilisons pour la comparaison une ondelette de Daubechies construite sur des filtres à 20 coefficients. L'emploi de la compression pour la suppression de bruits incohérents est approfondi dans

[DBT01].

Filter bank decomposition of seismic data with application to compression and denoising

Laurent C. Duval*, Institut Français du Pétrole, France; Tage Røsten, Statoil Research Centre, Norway

Summary

The use of discrete wavelet based analysis, feature extraction, denoising, and compression methods have led to extremely interesting developments in the field of seismic data processing. Notwithstanding, discrete wavelets belong to a wider class of filter banks. The use of more general filter banks allows the design of filter coefficients matching the signal's properties. Consequently, general filter banks bring forth the performance of discrete wavelet based seismic data processing techniques. In this paper, we discuss basics of general filter bank theory, and its applications to seismic data compression and denoising. We show that properly designed filter banks are able to outperform discrete wavelets in both instances.

Introduction

From a very simplistic point of view, seismic signals can be viewed as a combination of three types of components: pure geophysical or geological information, redundancy of this information, and noise or alterations arising from different kinds of sources. This combination results in the unformal equation

$$\text{seismic signal} = \text{information} + \text{redundancy} + \text{noise}.$$

Each and every task capable of separating information, decreasing redundancy, and suppressing noise is generally not performed by one single method, but often involves many geophysical processing tools. Besides, many seismic applications, including analysis, denoising, processing, and data management (e.g., data access, visualization, and compression) often provide a concentration of seismic information. By reducing the dynamic range of the seismic data in some way, it is possible to discard redundancy and uncoherent noise in the seismic data set. Discrete wavelets provide such a representation. They have successfully been applied to seismic data analysis (Foster et al., 1997), to seismic signal denoising (Miao and Cheadle, 1998), and to seismic data compression (Villasenor et al., 1996).

Using a discrete wavelet formalism, wavelet decomposition is based on a low-pass and a high-pass filter, employed in an iterative scheme. Depending on the scheme used, such an iteration leads for example to the discrete wavelet transform (DWT) or to the discrete wavelet packet transform (DWPT). A decomposition scheme involving several stages of filters and sampling operators (e.g., upsampling and downsampling), is generally called a filter bank (FB for short) system. But FB theory is more general than discrete wavelets by involving more than 2 filters and having several different iterative schemes.

Since discrete wavelet decomposition is based on only 2 filters, discrete wavelets suffer from lacks in filter design abilities, as shown for compression by Røsten et al. (1999) and Duval and Nguyen (1999). In order to demonstrate their powerfulness we focus in this paper on more general filter banks, and their ef-

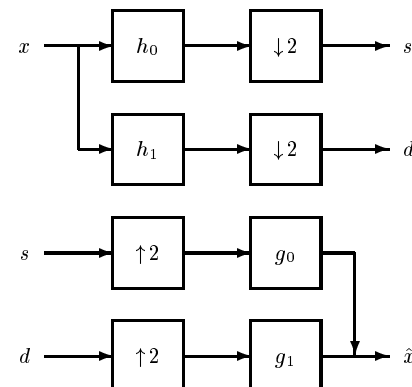


Fig. 1: 2-channel analysis and synthesis filter banks.

fectiveness for seismic data decomposition. The paper is organized as follows: first, we briefly recall some aspects of discrete wavelets, leading us to expose more general filter banks. Then, we describe how filter banks act on the data, and how FBs can be designed (application dependently) in order to match the properties of the seismic data. Advantages of general FBs over discrete wavelets are demonstrated for both data compression and denoising. The results exposed are obtained on actual marine field data: compression is applied to a 2-D common offset gather (COG) and denoising to a trace from the same COG.

Discrete wavelets

Fig. 1 shows a 2-channel filter bank system. At the analysis side, the input signal x is filtered by a low-pass filter h_0 and a high-pass filter h_1 (i.e., 2-channel case). The outputs of the filters are maximally decimated or downsampled by 2, i.e., every second sample is removed. The analysis FB splits x into s , a coarse and smoother approximation (low-pass filtered version) of x , and into d , a detail signal (high-pass filtered version of x) from which the coarse approximation s and the original signal x differ. The resulting analysis decomposition is non-expansive: the number of coefficients after the analysis filtering is the same as the number of input samples due to the downsampling procedure. At the synthesis side, the s and d are upsampled by 2 (one zero is inserted between every second sample). Then the two upsampled signals are filtered by the corresponding low-pass and high-pass synthesis filters, denoted g_0 and g_1 , respectively. The reconstructed signal \hat{x} finally follows by a summation at the end. The signal x can be perfectly reconstructed, i.e., $x = \hat{x}$, if the analysis and synthesis filters obey a so-called perfect reconstruction (PR) condition. That is, the synthesis FB cancels distortions introduced by the analysis FB.

Seismic data compression and denoising using filter banks

The special case of DWT is based on a repeated low-pass analysis filtering of the approximation s , and results in a non-uniform filter bank with a so-called dyadic decomposition. In the 2-D case, one can apply a 1-level DWT decomposition first in the temporal direction and second in the spatial direction, and then iterate the DWT analysis filtering procedure on the lowpass-lowpass subband (see Fig. 2 (a)). An alternative is to apply an L -level DWT decomposition first in time and second in space. The choice of the h_i and g_i filters is crucial. We refer to the book by Strang and Nguyen (1996) for a comprehensive survey of the construction of discrete wavelets. In the case of 2-channel (and M -channel) filter banks, we can divide the filters into three classes:

- i) orthogonal PR filter banks: they generate an orthogonal basis for signal decomposition. h_1 , g_0 , and g_1 are retrieved from h_0 ;
- ii) biorthogonal PR filter banks: they generate two bases where the h_i 's are orthogonal to the g_i 's, but the two bases are not mutually orthogonal. g_1 and h_1 are derived from h_0 and g_0 , respectively;
- iii) nonunitary filter banks.

Orthogonal bases, like the discrete Karhune-Loève transform, generally provide easier separation between signal and white noise components. For instance, Ioup and Ioup (1998) uses the orthogonal Daubechies Db20 wavelet for denoising, and shows its advantages over standard Fourier filtering. Nevertheless, the orthogonality constraint is a very strong condition in 2-channel FB design. For instance, it is not possible to have both orthogonal and symmetric (linear phase) filters except for trivial cases like for example the Haar wavelet. The orthogonality constraint is relaxed for biorthogonal and nonunitary filter banks. As a consequence, in the 2-channel case, they may simultaneously be PR and have linear phase – non-trivial – filter coefficients. The linear phase property is oftenly used to avoid phase distortion. Miao and Cheadle (1998) used the popular 9/7 biorthogonal linear phase wavelet in noise attenuation of seismic data. At the same time, many data compression applications involve the same 9/7 biorthogonal wavelet (e.g., Villaseñor et al., 1996) or nonunitary filter banks (e.g., Røsten et al., 1999).

Some authors (see e.g., Vermeer et al., 1996), have pointed out that the DWT might not be the best suited decomposition scheme since it lacks accuracy in the high frequency subbands. Further-

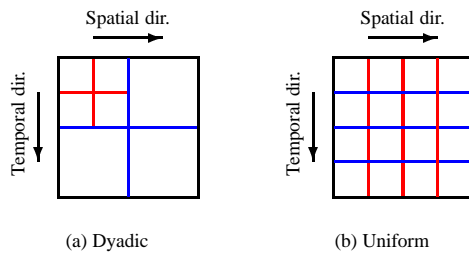


Fig. 2: 2-level dyadic (a) and 4-channel uniform (b) decomposition.

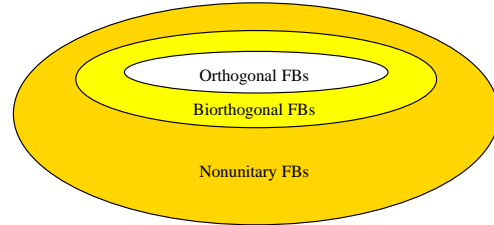


Fig. 3: Orth. and biorth. FBs are subsets of nonunitary FBs. Similarly, orth. and biorth. wavelets are subsets of ortho. and biorth. FBs.

more, a 2-channel FB intuitively possesses less degrees of freedom than FBs having three or more channels. Simultaneously orthogonality and linear phase constraints, in the M -channel case, $M > 2$, are easier to meet since more filters add more coefficients to be tuned. By relaxing the orthogonality or biorthogonality constraint in the design of M -channel FBs, even greater degrees of freedom will arise (see Fig. 3).

General filter banks

Advances in digital signal processing have led to a more generic formalism for filter banks. A general structure of a maximally decimated $L + 1$ -channel analysis FB is given in Fig. 4. The 1-D input signal x is split into $L + 1$ number of subbands by an analysis filter bank. The downsampling coefficients α_i are subject to the condition

$$\sum_{i=0}^L 1/\alpha_i = 1, \quad (1)$$

in order to keep the decomposition non-expensive. The special case $L = 1$, i.e., a 2-channel FB with $\alpha_0 = \alpha_1 = 2$, represents a 1-level DWT. An $L + 1$ -channel *parallel* analysis filter bank with $\alpha_0 = 2^L$ and

$$\alpha_i = 2^{L+1-i}, \quad 1 \leq i \leq L, \quad (2)$$

has equivalent decomposition appearance to an L -level DWT. In the rest of the paper, we will mainly focus on uniform decompositions by general filter banks, setting all α_i 's to M , $M = L + 1$.

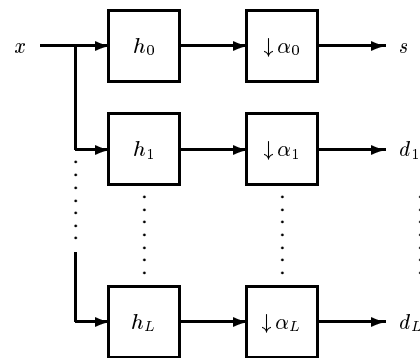


Fig. 4: An $L + 1$ -ch. analysis filter bank.

Seismic data compression and denoising using filter banks

Fig. 2 (b) displays a uniform decomposition by utilizing a 4-channel FB in two directions. The design and properties of filter banks depend on the targeted applications. An overview is given in the next section. We refer to Ramstad et al. (1995) for detailed issues on the design of general filter banks.

Filter bank design

The analysis filter bank is usually optimized to decorrelate the input signal, and this is obtained by maximizing the so-called coding gain. Additional practical constraints can be placed on the type of splitting and on length of the filters. For our purpose, we restrict to 8-channel 32-tap (each filter has 32 coefficients) *linear phase* FBs, i.e., $M = 8$ and $K = 32$. The 1-D coding gain G of a *uniform* M -channel K -tap FB is in dB given by (see e.g., Røsten et al., 1999)

$$G = 10 \log_{10} \left[\prod_{i=0}^{M-1} A_i \right]^{-1/M}, \quad (3)$$

provided that the synthesis filters have unit norm. The A_i 's in equation (3) can be calculated from the analysis filters and the autocorrelation function (acf) r_{xx} of the input signal:

$$A_i = \sum_{j=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} h_i(j) h_i(k) r_{xx}(j-k). \quad (4)$$

From equation (4) it is evident that we need to know the acf of the input signal to maximize equation (3). In the 2-D case, we have to investigate the sample to sample correlations both temporally and spatially. We choose a directional dependent separable statistical model with different zero-mean autoregressive (AR) processes to represent the acfs in the two directions.

For the particular case of common offset gathers, an AR(2) with $\rho_1 = 0.62$ and $\rho_2 = 0.10$ and an AR(1) with $\rho_1 = 0.70$ are utilized vertically and horizontally, respectively (Røsten et al., 1999). The coefficient ρ with subscript 1 and 2 denotes normalized correlation coefficient at lag one and two.

The 8-channel 32-tap linear phase filter banks are optimized using suitable error terms for near PR, removal of blocking effects, high coding gain, and good stopband attenuation. Hence, a suitable error function ε is

$$\varepsilon = w_P \varepsilon_P + w_B \varepsilon_B + w_G \varepsilon_G + w_S \varepsilon_S,$$

where subscripts P , B , G , and S denote PR, blocking effects, coding gain, and stopband attenuation, respectively. ε_G is given by inverting equation 3. Full details can be found in (Ramstad et al., 1995; de Queiroz et al., 1996). The w_i 's are proper weighting factors.

We optimize two different filter bank systems both in time (subscript T) and space (subscript S): FB-I_{T,S} and FB-II_{T,S}. FB-I

is a *nonunitary* near-PR filter bank (Røsten et al., 1999) while FB-II is an *orthogonal* filter bank called GenLOT (Duval and Nguyen, 1999). For convenience, $w_S = 0$ for FB-I since high stopband attenuation is more important for orthogonal denoising filter banks. Since FB-II is PR, $w_P = 0$ for that filter bank system. For reference, Table 1 gives the resulting coding gain for the two optimized filter bank systems. Nonunitary FBs generally offer higher coding gains than orthogonal and biorthogonal FBs.

Applications

Depending on the application, additional stages are generally inserted between the analysis and the synthesis filter bank. I.e., an encoding block is utilized for seismic data compression, and a noise removal block is applied for denoising.

Lossy seismic data compression

In filter bank based lossy data compression, the subband coefficients are quantized, and finally encoded in an efficient way. Specifically, we apply the lossy data compression algorithm detailed in (Duval and Nguyen, 1999). This compression algorithm is based on an embedded coding scheme which progressively encodes and transmits the quantized and re-ordered subband coefficients by magnitude value. Three FBs are compared in the 2-D separable decomposition: the popular 9/7 biorthogonal wavelet (in both time and space), in addition to FB-I_{T,S} and FB-II_{T,S}.

We compress a common offset gather containing 1101 number of shots with 870 time samples each. The compression ratio is ranging from 15 : 1 to 60 : 1. Fig. 5 shows that the coding gain optimized FBs, i.e., FB-I and FB-II, perform at least 3.5 dB better – in terms of signal-to-noise ratio (SNR) – than the 3-level 9/7 biorthogonal wavelet. FB-I and FB-II offer for all practical purposes the same results.

White noise attenuation

As a second filter bank example with relevance to seismic, we investigate a simple "hard" threshold method for denoising (Strang and Nguyen, 1996). A seismic trace from the common offset gather, or to be more correct the first 512 time samples of that trace, is corrupted with additive white Gaussian noise (AWGN) (see Fig. 6). After 1-D analysis filtering, subband coefficients below a certain threshold are set to zero. More sophisticated methods using "soft" or adaptive thresholding are under investigation.

The "denoised" seismic signal is reconstructed from the remaining subband coefficients through a corresponding 1-D synthesis filter. We use 4 different filter banks in this study: three of them based on the orthogonal Daubechies Dd20 wavelet with dyadic decomposition having 1, 3, and 5 number of levels, respectively. The last FB is the orthogonal and optimized FB-II_T. We have compared the mean squared error (MSE) between the original and the denoised trace, using several thresholds, as shown in Fig. 7. We can see that the MSE level for FB-II_T is, independently of the number of dyadic levels, almost always under those for the orthogonal Daubechies Db20 wavelet. That is, threshold-

Filter	FB-I _T	FB-II _T	FB-I _S	FB-II _S
G	3.07	2.91	2.87	2.81

Table 1: Coding gains in dB.

Seismic data compression and denoising using filter banks

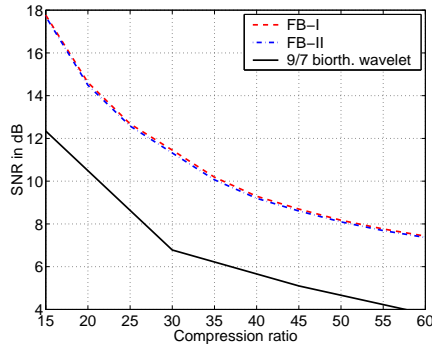


Fig. 5: SNR vs. compression ratio.

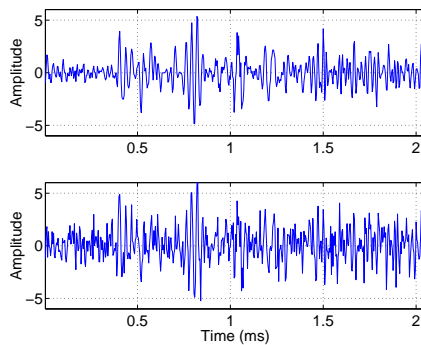


Fig. 6: Original data (top) and noisy data (bottom); MSE = 34.6.

ing the subband coefficients with FB-II_T results in an improvement of discrete wavelet based denoising. Furthermore, there is no need to choose a decomposition level, and denoising can easily be performed locally on subsets of 32 coefficients. A reasonable explanation for this better behavior is that the FB-II_T is designed to have good stopband attenuation, and thus matches the signal's frequency response better. Remark, we also can see that discarding more subband coefficients would result in more signal degradation: the MSE increases after the optimal threshold (obtained with the minimum MSE).

Conclusions

In this paper, we have demonstrated a flexible use of filter banks for both seismic data compression and noise attenuation. It is possible to design optimized filter banks application dependently: for instance, high coding gain helps to further decorrelate the seismic data and to concentrate the significant information of seismic data in a small number of coefficients, improving the results of seismic data compression. It is also possible to design the frequency responses of the analysis and synthesis filters to more efficiently separate signal from noise components. General filter banks are able to outperform discrete wavelets in both compression and noise attenuation. In addition, general filter banks have the feature of a more localized effect, thus overcoming some of the signal's nonstationarities.

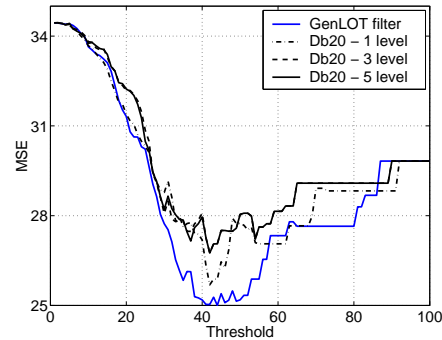


Fig. 7: Denoising with increasing thresholds. FB-II_T vs. Db20 using 1, 3, and 5 dyadic decomposition levels.

References

- de Queiroz, R. L., Nguyen, T. Q., and Rao, K. R., March 1996, The GenLOT: Generalized linear-phase Lapped Orthogonal Transform: IEEE Trans. on Signal Processing, **44**, no. 3, 497–507.
- Duval, L. C., and Nguyen, T. Q., July 1999, Seismic data compression: a comparative study between GenLOT and wavelet compression: 44th SPIE Meeting, Proc. SPIE 3813, Wavelet Applications in Signal and Image Processing VII.
- Foster, D. J., Lane, F. D., Mosher, C. C., and Wu, R.-S., 1997, Wavelet transforms for seismic data processing: 67th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., 1318–1321.
- Ioup, J. W., and Ioup, G. E., 1998, Noise removal and compression using a wavelet transform: 68th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., 1076–1079.
- Miao, X., and Cheadle, S., 1998, Noise attenuation with wavelet transforms: 68th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., 1072–1075.
- Ramstad, T. A., Aase, S. O., and Husøy, J. H., 1995, Subband compression of images: principles and examples: Elsevier.
- Røsten, T., Ramstad, T. A., and Amundsen, L., 1999, Seismic data compression, Part I: Subband coding of common-offset gathers: Submitted to Geophysics.
- Strang, G., and Nguyen, T., 1996, Wavelets and filter banks: Wellesley-Cambridge Press.
- Vermeer, P., Bragstad, H., and Orr, C., Nov. 1996, Aspects of seismic data compression: 66th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., 2031–2034.
- Villasenor, J. D., Ergas, R. A., and Donoho, P. L., 1996, Seismic data compression using high-dimensional wavelet transforms: 66th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., 396–405.

12. Conclusions et perspectives

“The end is nigh”

Rorschach, in *The Watchmen*, by D. Gibbons and A. Moore, 1987.

Nous concluons ce rapport en trois points. Le premier point concerne l'intérêt des algorithmes proposés vis-à-vis des besoins spécifiques de la géophysique. Le second point propose des éléments de réponses à quelques questions souvent posées pour la compression des données sismiques. Ces éléments de réponses permettent de penser que l'acceptation de la compression passera peut-être par une meilleure intégration des méthodes de compression dans les tous premiers stades de l'acquisition et du prétraitement des données sismiques. Nous concluons par quelques prolongements possibles de ces travaux.

12.1. Intérêt des algorithmes proposés

Nous abordons ici l'aspect purement pratique des algorithmes de compression proposés. Leurs avantages proviennent du codage progressif des coefficients et du caractère local des transformées étendues.

Codage progressif

Pour toutes les transformées étendues employées (ondelette, TDC, TORE, TSORE, etc.), nous employons un codage progressif pour les coefficients. A. Kiely *et al.* [KP95] ont proposé, à notre connaissance, le seul autre codeur progressif pour les données sismiques. Ce codeur proposait un codage par plan de bits sur des portions de traces. Notre apport consiste ici en l'exploitation supplémentaire des interdépendances entre les échantillons en deux dimensions, permettant une représentation plus compacte des signaux. Ce codage progressif simplifie l'emploi des données comprimées pour le contrôle-qualité et la prévisualisation des données stockées.

Localisation des transformées

L'emploi de transformées à recouvrement possède un certain avantage par rapport aux transformées en ondelettes, qui demandent souvent la présence en mémoire de l'intégralité d'un signal. L'emploi de TSORE à faible recouvrement permet en effet de traiter une trace bloc par bloc, au fur et à mesure de l'acquisition par exemple.

La bonne performance des TDC ou TDW pour les signaux de tir est particulièrement intéressante car, du fait de l'indépendance des blocs, toute la partie de transformation peut être réalisée à l'acquisition par groupe de capteurs. Dans notre implémentation, il serait avantageux de regrouper les capteurs sismiques par groupes de 4, 8 ou 16. Ce regroupement permettrait de décentraliser une partie des traitements à l'acquisition. À l'échelle d'un système d'acquisition, le type de regroupement est de mise en œuvre plus simple qu'avec une transformée en ondelettes. Il permet en outre une meilleure adaptation aux non-stationnarités des signaux sismiques.

12.2. Quelques questions soulevées par la compression et éléments de réponses

La compression peut se révéler très utile pour simplifier la manipulation des données sismiques et réduire leur coût de gestion. Nous proposons dans ce travail une méthode particulière de compression, utilisant soit des ondelettes, soit des transformées étendues adaptées aux propriétés des signaux sismiques. La méthode proposée possède pour avantages la possibilité de choisir précisément le taux de compression des données, de compresser les données par blocs (dans le cas des transformées étendues) et de pouvoir décompresser partiellement les données, pour le contrôle-qualité ou la visualisation. Trois questions essentielles sont classiquement posées pour la compression des données sismiques :

1. Peut-on compresser les données sismiques ?
2. Quels taux de compression peut-on espérer ?
3. Quel est l'effet de la compression avec pertes sur les signaux sismiques ?

Ces questions ne semblent pas encore complètement résolues. Les tests effectués permettent néanmoins d'apporter quelques éléments de réponses.

Peut-on compresser les données sismiques ?

Il semble difficile de compresser sans pertes des données numérisées sur 24 voire 32 bits. Pour aller plus loin, il faut passer outre les préventions usuelles sur la perte de précision des données sismiques. Leur caractère redondant et l'incertitude intrinsèque au traitement sismique [HMR95] permettent certainement leur compression, pour peu que l'on tolère au moins de très légères dégradations.

Quels taux de compression peut-on espérer ?

Dans le cadre de la compression avec pertes, annoncer un taux de compression n'a de sens que pour une mesure de fidélité donnée, qu'elle soit objective ou subjective. Or, de la même façon qu'en compression d'images, les mesures objectives classiques de type rapport signal/bruit, bien qu'universellement employées, sont sujettes à caution. Et pour cruciale qu'elle soit dans le processus d'acquisition des données ou pour estimer la performance des méthodes de traitement, il ne semble pas exister actuellement de mesure intrinsèque de qualité des données

sismiques. Même en s'en tenant aux mesures classiques, les taux de compression souhaitables dépendent de la mesure employée, mais également du volume et de la dimensionnalité des données (compression en une, deux ou trois dimensions), de leur position dans la chaîne de traitement, etc.

Nous répondrons donc à cette question de manière pragmatique : pour l'acquisition ou la transmission, il est préférable de choisir un taux de compression en rapport avec les contraintes de débits et un algorithme respectueux des contraintes en puissance de calcul disponible à bord des systèmes d'acquisition.

Pour préciser quels taux on peut atteindre, nous nous basons sur les travaux de référence de A. Brocklehurst et de P. Donoho [Bro95, DEP99]. Ces auteurs proposent, suivant le type de données, des taux de compression presque « sûrs » de l'ordre de 10 à 30. Pour ces taux, et suivant le type de données, le bruit introduit est considéré comme suffisamment aléatoire pour être inoffensif. Ces expériences résultent de techniques de compression par ondelettes. Nous avons montré que les transformées étendues, à codage identique des coefficients, donnent souvent de meilleurs résultats que les ondelettes. Il est donc sans doute possible :

- soit d'atteindre des taux de l'ordre de 15 à 45, avec des niveaux de bruit analogues ;
- soit de conserver les mêmes taux de compression que pour les ondelettes (10 à 30), en profitant d'un bruit de compression plus faible et moins cohérent.

Quel est l'effet de la compression sur les signaux sismiques ?

La réponse partielle à la question précédente ne simplifie pas la réponse à celle-ci. Les effets de la compression dépendent de la quantité et de la nature des dégradations introduites dans les signaux, du stade de traitement et surtout du degré d'interprétation des données (du qualitatif au quantitatif). Nous avons vu sur l'exemple d'une sommation que l'on peut supprimer de l'information cohérente sans que celle-ci soit perceptible à l'œil, et sans qu'elle nuise à l'interprétation. Mais ce n'est probablement pas suffisant. Nous avons également pu constater que la cohérence visuelle de certaines erreurs introduite n'est pas toujours signe de moindre qualité : la dégradation des premières arrivées a moins d'importance que celle des hyperboles de réflexion.

D'un autre côté, la capacité de filtrage des ondelettes ou des bancs de filtres en général laisse présager que la compression est capable, au moins à des taux faibles, de débruiter les données, et donc d'en améliorer la « qualité » au sens du rapport signal/bruit [MC98].

12.3. Perspectives

Ce travail possède au moins deux extensions naturelles. La première se situe au niveau de l'amélioration de l'algorithme de compression, en l'étendant à la compression de données tridimensionnelles, de l'amélioration de la procédure de choix des paramètres des bancs de filtres et de leur optimisation, et de l'emploi d'autres types de bancs de filtres, comme les TE

de taille variable que proposent entre autres T. Nagai *et al.* [NIKK00] (cf. [DN01]) ou des bancs de filtres non parfaits dans la poursuite des idées de S. Aase [AR95].

La seconde extension est une opération beaucoup plus longue et délicate. Elle consisterait à analyser plus finement les effets de la compression sur les données sismiques et leur traitement et à les comparer aux imprécisions de l'acquisition et du traitement. Cette étude permettrait entre autres d'employer la compression à des fins de débruitage [DBT01]. Cette extension requiert une analyse conséquente de la notion d'information et de qualité pour les signaux sismiques. Une réelle compréhension de ces phénomènes permettrait certainement d'accélérer la mise en œuvre sereine de la compression des données sismiques.

Quatrième partie .

Annexes

A. Notions de traitement sismique

A.1. Principes de la sismique réflexion

Dans le langage du traitement du signal, la source émet un signal, et les capteurs enregistrent différentes réponses à ce signal d'attaque. Le sol agit comme un filtre, dont on cherche la réponse impulsionnelle. Dans l'hypothèse d'une structure de sol en couches horizontales, on pourrait se contenter de placer la source et le capteur au même point, pour mesurer les réflexions après chaque trajet d'aller-retour. Il est de plus souhaitable de disposer de plusieurs trajets différents afin de pouvoir mieux estimer les paramètres du sous-sol et de s'affranchir d'une partie des bruits. La figure A.1 (a) illustre comment on capte les signaux réfléchis par un réflecteur du sous-sol. Ces différents signaux sont regroupés lorsqu'ils sont émis par une même source. Ils appartiennent au même point de tir. Les signaux captés lors de différents tirs sont représentés dans la figure A.1 (b).

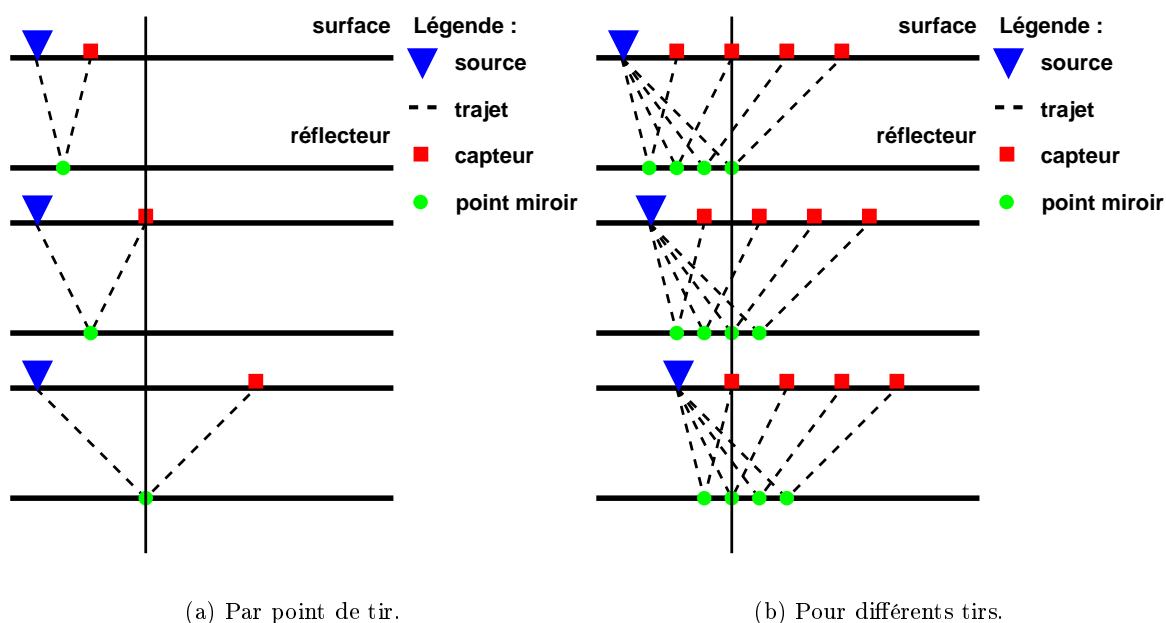


FIG. A.1. – Trajets et réflexion des ondes sismiques.

A.2. Introduction et hypothèses de travail

Le traitement d'un profil sismique 2-D est rarement une succession linéaire d'étapes bien déterminées. Une large part du traitement dépend en effet de la qualité de l'acquisition (échantillonnage, niveau du bruit, etc.), mais encore des connaissances géologiques *a priori* du profil étudié, des traitements qui ont pu être effectués par le passé sur ce profil ou sur des profils voisins, des demandes spécifiques des clients, etc.

Qui plus est, le traitement est très souvent affiné en cours d'élaboration. Certaines opérations en aval nécessitent une reprise des opérations antérieures, par exemple pour corriger les modèles basés sur des hypothèses simplificatrices que la suite du traitement invalide.

Il convient de noter que les informations recueillies et traitées sont en premier lieu de nature temporelle (il s'agit de temps de propagation), et non spatiale, pour ce qui concerne la dimension verticale : les informations en « profondeur » nécessitent une conversion que l'on ne peut effectuer que si l'on connaît précisément les vitesses de propagation dans les différentes couches traversées par l'onde sismique.

A.3. Corrélation des signaux

Les données sismiques sont rarement interprétables en elles-mêmes : dans le cas de la sismique vibratoire, elles sont la réponse du sol à un signal long (quelques secondes) appelé *sweep*, et ressemblent peu à la réponse impulsionnelle attendue. Les traces sont alors enregistrées sur une durée plus longue, ce qui a posé, historiquement, des problèmes de stockage. La quantité de données à stocker peut être réduite par corrélation. Cette opération est souvent considérée en géophysique comme une « compression du signal vibratoire ». C'est une compression d'impulsion, et non pas une compression au sens du codage de source.

On exprime souvent le signal reçu de la façon suivante : soit $i(t)$ le signal émis par la source, et $h(t)$ la réponse impulsionnelle du sol. En tenant compte d'un bruit additif $b(t)$, le signal $s(t)$ capté par le géophone, est :

$$s(t) = h(t) * i(t) + b(t).$$

Le sismogramme est d'autant plus proche de la réponse impulsionnelle du sol $h(t)$, au bruit près, que l'impulsion sismique est proche d'une impulsion de Dirac. Soit $c(t)$ la corrélation d'une impulsion longue $I(t)$ et du signal reçu $s(t)$:

$$c(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) I(t + \tau) d\tau.$$

On obtient alors par substitution :

$$c(t) = h(t) * a(t) + I(-t) * b(t),$$

où $a(t) = I(t) * I(-t)$ est l'autocorrélation du signal long émis. Le résultat est identique à celui qu'on aurait obtenu en générant une impulsion $a(t)$, plus concentrée en temps, à ceci près que le bruit additif n'est plus le bruit « naturel », mais ce dernier filtré par I .

Comme les opérations de convolution sont souvent calculées dans le plan des fréquences par transformée de Fourier discrète pour des raisons de temps de calcul, il peut y avoir des pertes irrémédiables si l'opération est effectuée sur le terrain : les données (entières) sont converties en fréquence, multipliées puis reconverties en temps, et le résultat réel est seuillé pour obtenir un résultat entier ou à précision limitée.

A.4. Filtrage

En fonction de la qualité des données, et au fur et à mesure du traitement, il peut être choisi de filtrer les traces. La bande de fréquence utilisable dépend de la fréquence de Nyquist, mais le traitement se limite souvent, pour la sismique conventionnelle d'exploration pétrolière et la sismique de réservoir, à la bande de 10 Hz à 150 Hz, qui est souvent encore plus réduite (du fait des limitations à l'acquisition, de bruits prépondérants dans certaines bandes, etc.). L'objet essentiel du filtrage est d'améliorer le rapport signal sur bruit, et le filtrage est parfois accompagné d'une égalisation. Suivant les applications, on peut distinguer plusieurs types de filtres :

- filtrage fréquentiel global ;
- filtrage variable en temps : on filtre des bandes de fréquence différentes par portion de trace, avec interpolation entre les portions ;
- filtrage de bruits désorganisés : les calculs sont effectués sur plusieurs traces pour déterminer une part cohérente du signal, et éliminer le bruit incohérent ;
- filtrage spatio-temporel (f-k) : ce filtrage s'effectue dans le plan fréquence/nombre d'onde, et permet d'atténuer en particulier des ondes de surface.

A.5. Corrections du gain et des atténuations

Plus les signaux sont réfléchis par des miroirs profonds, plus ils peuvent être atténués. Les corrections peuvent se faire empiriquement, ou par contrôle automatique, soit globalement sur un tir, soit par trace, soit sur des fenêtres glissantes sur chaque trace, suivant les besoins, de façon à les rendre perceptibles par rapport aux signaux de plus forte amplitude.

Pour plus de précision, on peut tenter de compenser spécifiquement l'atténuation due à la divergence géométrique ou sphérique, proportionnelle à $1/r$ si le milieu est homogène,

isotrope et sans absorption. Ce n'est bien sûr jamais le cas, et il faut affiner ce modèle en prenant d'autres hypothèses et tenant compte d'autres paramètres, comme la linéarité des couches ou les vitesses de propagation, qu'on ne connaît souvent pas à ce stade du traitement. Il faut parfois effectuer séparément une compensation d'absorption, qui dépend des bandes de fréquences.

Ces opérations non-linéaires sont souvent affinées en cours de traitement, en complexification croissante si le traitement est difficile, et suivant l'intérêt pour certaines zones de terrains. Ces opérations ont pour désavantage de déformer les signaux et de rehausser le niveau de bruit, principalement au niveau des couches profondes, qui sont souvent les plus complexes à interpréter.

A.6. Déconvolution avant sommation

La structure du sol, les rebonds de l'impulsion sur des fonds marins, sur les interfaces, tendent à allonger l'impulsion sismique, par un phénomène d'écho. Parallèlement, les fluctuations des bulles d'air émises par les canons à eau ainsi que des phénomènes de cavitation propagent également plusieurs échos pour chaque réflecteur rencontré. Il convient donc, pour s'affranchir de ces phénomènes, de raccourcir l'impulsion sismique en une impulsion brève à faible nombre d'oscillations.

L'opération est réalisée par un opérateur de déconvolution appliqué au signal émis, afin de pouvoir, en reconvoluant les traces, obtenir une impulsion simulée adéquate. On ne connaît souvent qu'une approximation du signal émis. À cause des fluctuations locales de profondeur entre deux tirs, il est nécessaire de calculer un opérateur de déconvolution pour chaque émission, mais aussi pour chaque réception, les deux opérations étant couplées de manière consistante. On utilise également pour la déconvolution d'autres méthodes, comme les déconvolutions prédictives, plus adaptées à la suppression de multiples. Le choix de la méthode de déconvolution dépend des hypothèses que l'on peut faire sur les signaux (connaissance de l'ondelette, ondelette à phase minimale ou non, stationnarité du signal, suite de réflecteurs assimilable à un bruit blanc, etc.).

A.7. Corrections statiques

Afin d'obtenir une image fiable du sous-sol, il est nécessaire de corriger des temps de propagation dus à des variations locales d'altitude des émetteurs et récepteurs et à l'influence des couches superficielles du terrain, qui introduisent des variations de vitesse dommageables au traitement. Ces opérations peuvent être essentielles au reste du traitement si les couches superficielles sont très épaisses.

Correction des « statiques primaires »

Les corrections de statiques primaires consistent à replacer les sources et les géophones sur un plan de référence commun (*datum plane*), situé légèrement en dessous de la zone altérée (WZ pour *weathered zone*), où peuvent se produire d'importantes variations de vitesse. Il faut pour cela connaître les altitudes des géophones et des sources, ainsi que les caractéristiques de la zone altérée. Pour les obtenir, on effectue souvent des tirs à source enfouie à la base de la WZ, ainsi que des tirs de sismique-réfraction. On peut également faire appel à des techniques de pointé des arrivées premières et d'inversion.

Correction des statiques résiduelles

Après mise en œuvre des corrections statiques, il reste à corriger des anomalies « résiduelles » qui modifient très localement le temps de parcours des signaux. Ces nouvelles corrections sont basées sur des critères d'optimisation, notamment de la sommation (voir sec. A.10).

A.8. Mise en collection de points milieux communs

Les traitements faits à ce stade s'appliquent aux traces regroupées par point de tir. On peut réordonner ces traces de façon à représenter plus fidèlement le profil étudié : en sériant les traces par point miroir commun, ce qui consiste à rassembler les traces qui correspondent à des réflexions se faisant aux mêmes points sur les réflecteurs ; ces traces proviennent de tirs distincts. Cette opération s'effectue grâce aux données géométriques des traces (positions des points de tir et des récepteurs). Le passage de point de tir en point milieu est représenté dans la figure A.2.

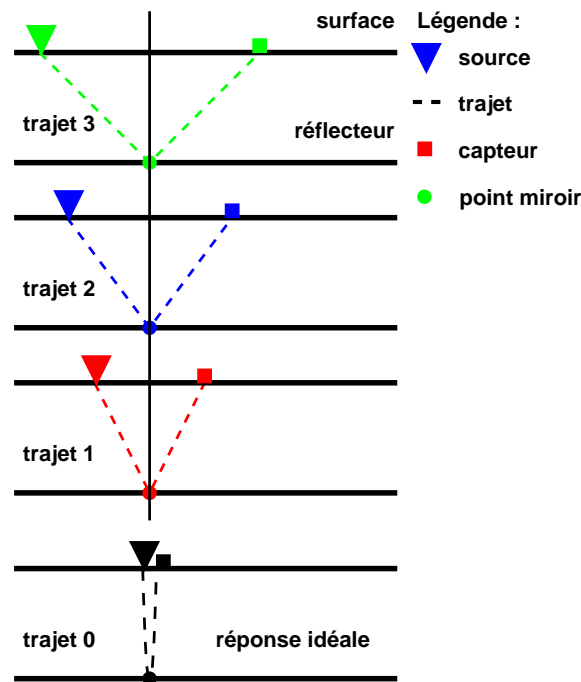


FIG. A.2. – Trajets et réflexion des ondes sismiques par point milieu.

A.9. Analyse des vitesses et corrections dynamiques

Si l'on prend un modèle de terrain formé d'un milieu homogène de vitesse v et d'un réflecteur de profondeur h , pour un capteur placé à une distance x de la source, le temps de trajet t de l'onde (en temps double) est donné par :

$$v^2 t^2 = x^2 + 4h^2.$$

Sur un tir sismique, la courbe $t(x)$ est donc en première approximation une hyperbole, image de la réponse du réflecteur considéré. Les paramètres de la courbe (apex et asymptotes) permettent alors de déterminer les constantes caractéristiques du réflecteur, h et v . La figure A.3 représente l'hyperbole obtenue à partir des réflexions en point milieu de la figure A.2.

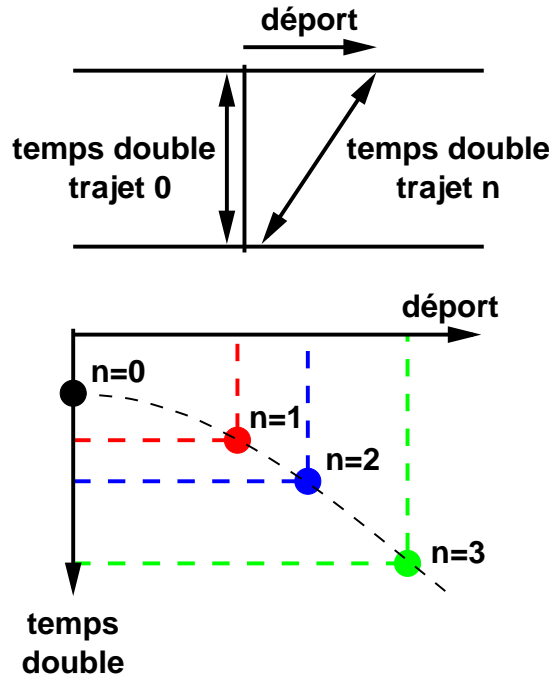


FIG. A.3. – Réponse idéale du sol et hyperbole de réflexion.

Une amélioration du modèle consiste à intégrer plusieurs réflecteurs, éventuellement pentés, et permettant de calculer des approximations des caractéristiques de vitesse et de position de ces réflecteurs. Ces calculs ne peuvent plus être effectués de façon fiable avec les traces rangées en collection en points de tirs. Il est alors nécessaire, pour obtenir une bonne précision sur les vitesses, de travailler sur les collections en point milieu commun, ou collections CMP (*common mid point*). M. Lavergne indique dans [Lav86, p. 134] que dans ce cas, pour des pendages de l'ordre de 15° , l'erreur sur les vitesses, calculées en moyenne quadratique, est inférieure à 3 %.

Le calcul des vitesses s'effectue en traçant les indicatrices pour une vitesse donnée en mesurant la correction (*normal move out*, ou NMO) à effectuer pour que celle-ci se transforme en

droite horizontale. Si la vitesse choisie est trop importante, l'indicatrice apparaît inclinée vers le bas, sinon vers le haut. En pratique, on sélectionne une gamme de vitesses pour différentes portions de terrain, et on effectue informatiquement les corrections d'indicatrices pour cette gamme. Le choix des différentes vitesses dépend de critères de cohérence ou de maximums d'énergie, ou, dans les cas plus favorables, de critères géologiques. Cette opération est appelée « correction dynamique ».

Cette correction distord considérablement les traces, puisque qu'elle tend à étirer (effet de *stretching*) leur support temporel. Cela affecte notamment les traces lointaines et les réflecteurs peu profonds. L'opération de *mute* est souvent effectuée sur ces traces déformées. Elle consiste en la suppression de tout ou partie des traces déformées. Elle est parfois réalisée graphiquement, en délimitant sur les collections en points de tir ou CMP les zones à canceler. Il convient alors d'effectuer des pondérations adaptées pour conserver les amplitudes restaurées.

Comme il peut y avoir des imprécisions sur des premières corrections statiques, l'analyse des vitesses est souvent suivie de corrections statiques résiduelles : en sélectionnant un événement sismique peu bruité, qui devrait apparaître comme une hyperbole, on peut analyser les fluctuations autour du modèle pour en déduire les statiques résiduelles à appliquer, grâce à un processus itératif entre les collections en point de tir, en point milieu et en géophone communs.

A.10. Sommation en point milieu commun

Lorsque les vitesses quadratiques moyennes ont été déterminées, on effectue les corrections sur les traces et on les somme en collection CDP (*common depth point*). En couverture multiple, de 24 à 96 traces sont ainsi ajoutées (opération dite de *stack* ou de sommation) pour en former une seule. Les traces stackées, après cette chaîne de traitement, sont supposées analogues, et représentatives du point milieu commun. Ceci permet une amélioration importante du rapport signal sur bruit : les ondes de surface, organisées, sont en principe filtrées, et les bruits désorganisés peuvent être atténués d'un facteur \sqrt{n} , où n est le degré de la couverture multiple au point considéré, s'ils sont gaussiens par exemple. Deux opérations distinctes sont implicitement réalisées : un filtrage en nombre d'onde (réalisé par des géophones disposés en peigne régulier) et un filtrage de bruits incohérents. En raison de la mise en œuvre de degrés de couverture de plus en plus importants et de la redondance des données, même en éliminant de nombreuses traces trop déformées, il en reste assez pour conserver l'information sismique et donner une image cohérente.

C'est l'opération de *stack* qui révèle réellement la redondance de l'information contenue dans les traces et la compression implicite qu'effectue le traitement, d'un facteur de l'ordre du degré de couverture, souvent plusieurs dizaines : à une trace de *stack* peuvent correspondre une centaine de traces en point de tir ou en point milieu commun. Dans ce cas, la sommation

aboutit implicitement à une compression d'un facteur égal à 100.

A.11. Déconvolution après sommation

En sismique marine, il est parfois nécessaire d'éliminer des réflexions multiples qui n'ont pas été suffisamment atténuées par les traitements antérieurs. On dispose de plusieurs méthodes. Sous les hypothèses les plus simples (méthode de Backus), on peut se ramener à un filtrage ou à une convolution par un opérateur dépendant du coefficient de réflexion du fond de l'eau. On utilise plutôt maintenant des méthodes prédictives basées sur des calculs sur des débuts de trace pour prédire les réflexions multiples, en travaillant sur l'autocorrélation des traces ou par soustraction autoadaptative des multiples. On détermine alors des opérateurs de déconvolution adaptés, par des méthodes analogues à celles exposées à la section A.6.

A.12. Migration

La sommation en couverture multiple peut conduire à des aberrations lorsque les réflecteurs sont pentés. La section, après sommation, est équivalente à ce qu'on obtiendrait avec un système de mesure à déport nul, où source et capteurs seraient confondus et déplacés régulièrement sur l'axe du profil. En particulier, les réflecteurs arrondis (synclinaux et anticlinaux) peuvent prendre une apparence inversée si les rayons de courbure sont importants. Peuvent également apparaître des points de rebroussement (phénomène de triPLICATION) s'il existe plusieurs trajets sismiques possibles.

L'opération de migration consiste à recalculer correctement les réflexions inclinées par rapport au point milieu commun. Une fois cette opération réalisée, la conversion de la section de temps en profondeur devient plus simple, puisque la dilatation des échelles verticales proportionnellement aux vitesses ne risque plus d'écarter les points de réflexions du point milieu.

On utilise pour cela un modèle de propagation (basé sur les équations d'ondes) et un modèle de vitesses. En pratique, ce modèle de vitesses peut être différent de celui utilisé pour la sommation : la nature des traitements sous-jacents et de l'objectif d'interprétation valide cette approche : les vitesses donnant un *stack* satisfaisant ne sont pas celles d'une bonne migration, car ce sont des approximations en moyenne quadratique, alors que celles de migration sont plus géologiques. Les informations géologiques sont donc déterminantes pour cette opération.

Il existe de nombreuses méthodes de migration, en général de mise en œuvre délicate. Sans entrer dans les détails théoriques, citons :

- la migration de Kirchhoff, méthode de corrélation avec des hyperboles, ou migration par sommation des diffractions ;
- la migration f-k : méthode par transformée de Fourier bidimensionnelle suivie de projection (selon l'équation de dispersion), correction d'amplitude et retour au plan spatio-

temporel ;

- la migration par rétropropagation, utilisant en particulier des méthodes aux différences finies.

Le choix de la méthode dépend fortement des hypothèses faites sur la section et du degré de qualité souhaité. Certaines sont très coûteuses car difficiles à appliquer dans les conditions optimales. On peut enfin migrer la section non plus en temps, mais en profondeur après la conversion temps-profondeur. On parle alors de collection CDP (*Common depth point*).

A.13. Une séquence classique de traitement

Malgré la multiplicité des opérations et des méthodes et l'effet répétitif des traitements (raffinements successifs des modèles), on peut distinguer trois grands blocs de traitement.

Préparation des données

Les données sont réunies en collection point de tir. Les opérations de préparation sont :

- le démultiplexage ;
- l'édition ;
- la corrélation (en sismique vibratoire) ;
- les corrections de gain.

Passage en collection point milieu commun

Ce bloc est la partie la plus longue du traitement, puisque qu'il nécessite de nombreux essais en affinant les hypothèses, avant d'obtenir une sommation correcte. L'interaction avec les géologues permet d'apporter des raffinements progressifs au traitement de la section.

Les principales étapes sont :

- la mise en collection point milieu commun (ou CMP) ;
- la déconvolution ;
- les corrections statiques ;
- l'analyse de vitesse ;
- les corrections dynamiques puis résiduelles ;
- la sommation.

Traitements après sommation

On peut distinguer au premier abord :

- la déconvolution après sommation ;
- la migration en temps ;
- la conversion temps-profondeur ;
- la migration en profondeur ;
- les filtrages de « finition ».

Les opérations de migration peuvent cependant, et semblent de plus en plus, être effectuées avant sommation. Un autre point de vue consisterait à concevoir le traitement sismique comme

la conjonction de deux types d'opérations :

- les **opérations de correction** que sont les filtrages, les décalages et les corrections statiques et dynamiques, qui sont au service des opérations d'inversion ;
- les **opérations d'inversion**, qui ont pour objet de retrouver l'information vraie dans le signal imparfait reçu : ce sont principalement la déconvolution et la migration.

La figure A.4 résume l'enchaînement des opérations décrites dans ce chapitre. Sa complexité n'a rien à envier au schéma étendu de compression décrit à la section 3.3.

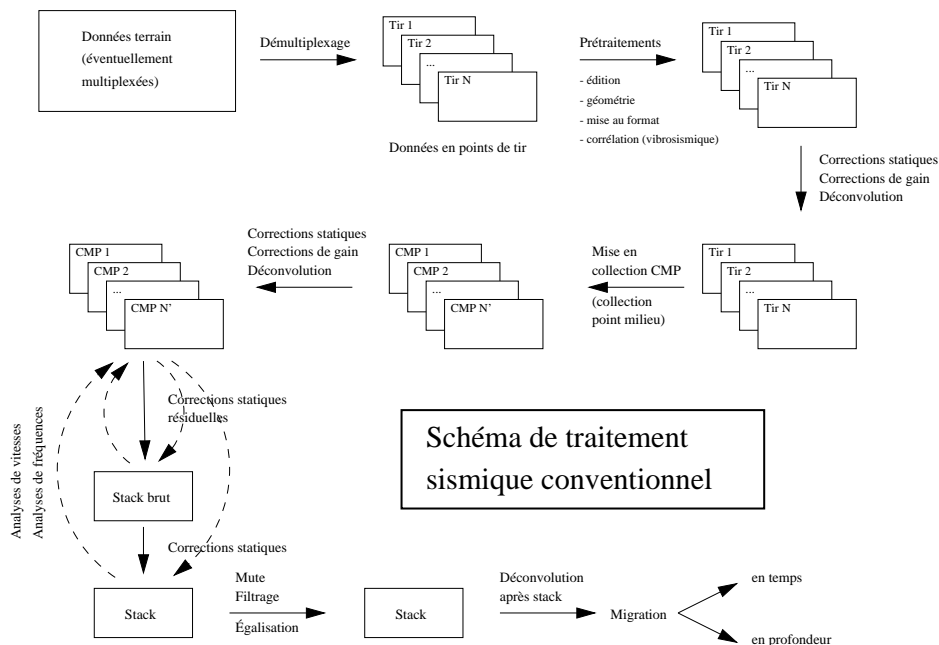


FIG. A.4. – Schéma d'un traitement sismique conventionnel.

A.14. Conclusions sur le traitement sismique

Les différentes étapes de traitement évoquées provoquent en général, ne serait-ce que par la perte de précision due aux calculs, des pertes ou distorsions d'informations, certaines très importantes (comme la sommation). Cette distorsion est l'objet même du traitement, qui consiste à extraire de données imparfaites des informations « réelles » sur la géologie du terrain.

Mais elles sont toutes réversibles, dans la mesure où les données terrain sont archivées, et qu'il est possible de les retraiter, ce qui est parfois nécessaire.

Cependant, les données comportent une forte part de redondance, et l'objectif est de pouvoir en profiter pour une compression avec pertes. Une des difficultés rencontrées est qu'il n'est pas évident de déterminer des critères psycho-calculatoires stables de dégradation, du fait de la spécificité des traitements. Certaines informations sont en effet intuitivement

importantes, comme la phase des signaux qui permet de mesurer des délais de propagation. Or, dans les systèmes de compression classiques (à objectif visuel ou auditif), on se préoccupe assez peu des distorsions de phase que subissent les signaux. Et en l'occurrence, dans les traitements difficiles, c'est parfois dans les hautes fréquences que l'on cherche l'information cruciale, domaine où les altérations de phase peuvent être les plus destructrices.

Il reste cependant que le stockage de certaines phases intermédiaires du traitement peut permettre de développer des méthodes de compression assistées par l'utilisateur, de façon à stocker les résultats et, à cette occasion, de développer des critères de qualité autres que les critères classiques tels que le RSB, qui ne s'appliquent probablement pas directement en amont d'opérations non linéaires comme les corrections de gain ou les corrections NMO.

On notera également que les trois phases d'acquisition, de traitement et d'interprétation requièrent des précisions variables : la dynamique à l'acquisition n'est pas la dynamique résultant des traitements, et l'interprétation visuelle sur la section finale n'utilise en général qu'au plus 8 bits. Mais comme l'interprétation est de plus en plus assistée par ordinateur, il reste à déterminer les besoins et l'information nécessaire à ce niveau.

Les opérations de préparation des données ainsi que certaines corrections sont de plus en plus souvent effectuées sur le terrain, au cours de l'acquisition, afin de pouvoir recommencer des tirs bruités tant que le dispositif d'acquisition est en place. Ce qui influence les choix éventuels de méthodes de compression à des fins de transmission.

B. Exemples de transformées localisées

L'objet de cette annexe est de représenter des exemples de vecteurs de la base de projection générés par une transformée en ondelettes de type *symmlet*, une transformée en paquet d'ondelettes — en utilisant le même banc de filtres à 2 canaux — puis par une transformée locale en cosinus. Ces figures servent à illustrer d'autres choix de bases que ceux que nous avons faits, décrits dans la section 6.2.9.

La figure B.1 montre la même forme d'ondelette-mère dilatée ou contractée. La base générée possède donc des vecteurs d'apparence analogue. En itérant la décomposition sur les filtres passe-haut ou passe-bas, on enrichit l'ensemble des formes de vecteurs possibles, ce que montre la figure B.2, qui correspond à une décomposition en paquets d'ondelettes. Les vecteurs peuvent avoir un nombre variable d'oscillations. Le nombre d'oscillations peut également changer dans le cas d'une transformée locale en cosinus, comme l'indique la figure B.3.

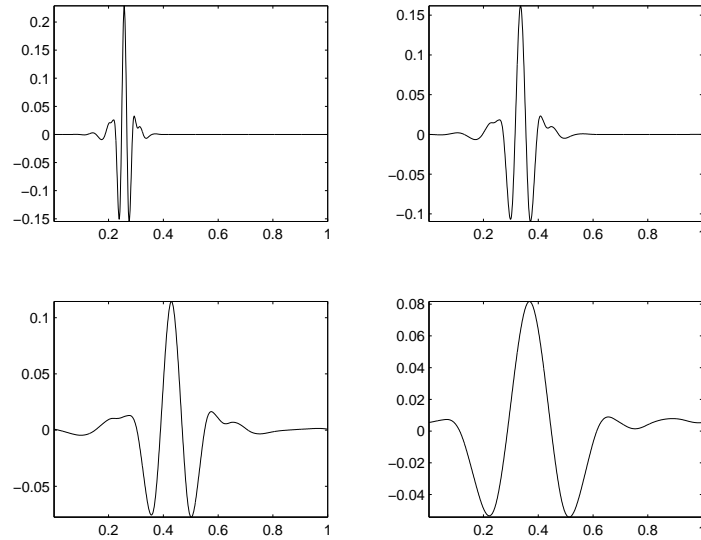


FIG. B.1. – Quatre vecteurs de projection d'une transformée en ondelettes.

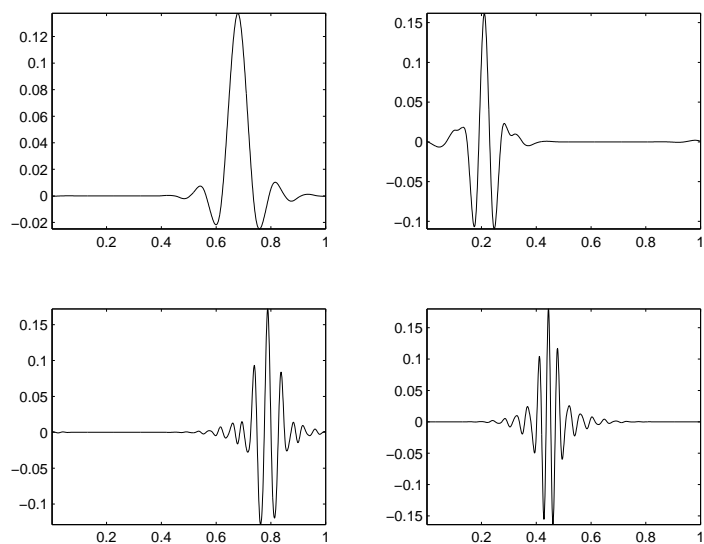


FIG. B.2. – Quatre vecteurs de projection d'une transformée en paquets d'ondelettes.

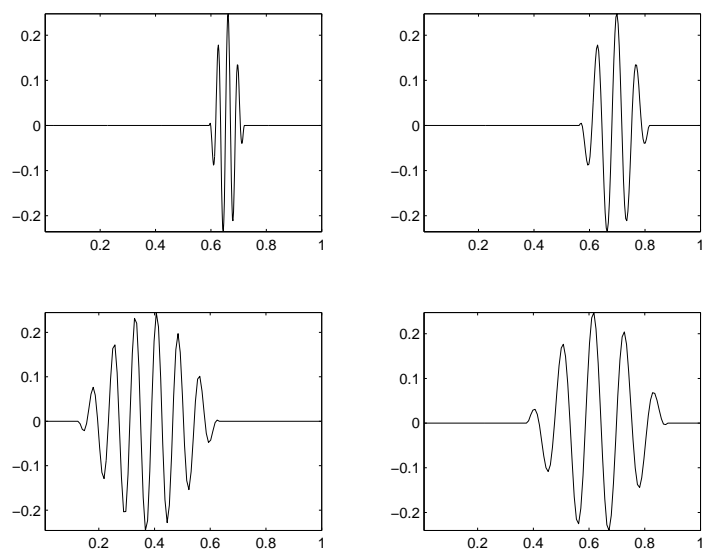


FIG. B.3. – Quatre vecteurs de projection d'une transformée locale en cosinus.

C. Sérèndipité et compression

Nous décrivons ici un paradoxe concernant la dimensionnalité des données. Ce paradoxe est apparenté au paradoxe de Bellman, ou malédiction dimensionnelle (*curse of dimensionality*), d'après R. Bellman [Bel61]. Ce paradoxe concerne l'expansion exponentielle des volumes de données avec le nombre de dimensions. Il illustre qu'il existe une très grande différence entre la quantité de données enregistrable physiquement et le volume informatique qu'elles occupent classiquement.

Une simple image de paysage, de 1024 pixels de côté, codée en couleurs sur 24 bits, requiert $1024^2 \times 24$ bits, soit environ 25 mégaoctets. Cependant, on peut aboutir à un résultat différent sous un angle « statistique ». Le nombre d'atomes de l'univers visible est estimé, à une très grande incertitude près, entre 10^{66} et 10^{80} selon les auteurs [AF86, p. 8]. Nous prendrons 10^{100} pour faire bonne mesure, et nous supposons ce nombre constant dans le temps. Imaginons alors un homme de Tautavel, environ 450000 ans avant notre ère, muni d'un appareil photographique. Il prend depuis son apparition mille photographies par seconde. Supposons enfin que les photographies sont prises de chaque atome de l'univers, avec pour chacune 10^{15} paramètres possibles de luminosité, de direction, de profondeur de champ et de temps d'exposition. Le nombre d'images obtenues peut donner une indication sur une borne supérieure des images imaginables à l'échelle de l'humanité. Le nombre d'images ainsi produit est de l'ordre de $10^{100} \times (450000 \times 365,243 \times 24 \times 60^2 \times 1000) \times (10^{15})^4$, soit environ $1,5 \cdot 10^{176}$. En codage binaire, il suffirait de $177 \log_2(10)$ bits, soit moins de 600 bits pour représenter l'ensemble de ces images, quantité dérisoire vis-à-vis des 25 mégaoctets mentionnés plus haut.

Un raisonnement analogue est applicable à la sismique. On peut recouvrir la surface terrestre d'éléments de surface $S = 1 \text{ cm}^2$. Connaissant le rayon R de la Terre, leur nombre est de l'ordre de $N_p = 4\pi R^2 / S$. Chaque élément peut être occupé indifféremment par un instrument de tir sismique ou un capteur. On suppose que l'on dispose de $N_i = 10^{15}$ impulsions sismiques différentes. Nous définissons une trace sismique comme la combinaison d'une impulsion et de deux emplacements, l'un pour la source et l'autre pour un géophone. Le nombre de ces combinaisons est inférieur à $N_i N_p^2 \simeq 2,7 \cdot 10^{52}$. Ce nombre majore, d'une certaine façon, le nombre de traces sismiques réalisables à un instant donné. Par le même raisonnement que précédemment, il suffirait de 180 bits environ pour référencer toute la sismique imaginable.

Ces conclusions peuvent sembler étranges. La sérendipité invoquée dans le titre¹ provient du hiatus qui existe entre ce résultat théorique et des difficultés que l'on rencontre pour compresser les données sismiques d'un simple facteur 2. Si le résultat est juste, sa conclusion repose en fait sur un court-circuit du raisonnement, qui rend cette approche techniquement impraticable. En effet, toute l'information est contenue dans le programme de décompression, qui doit alors stocker « toutes les images du monde », lesquelles sont simplement indexées par un code. Ce principe est cependant couramment utilisé, par exemple pour le numéro ISBN des livres. Le programme de décompression, permettant d'associer un livre à chaque numéro ISBN serait alors l'équivalent d'une bibliothèque très volumineuse. Cette technique est également employée dans certains codeurs par dictionnaire, où les séquences de caractères sont représentées par un code qui prend place dans le dictionnaire construit et transmis avec les données. Elle est à l'œuvre dans le codage de Huffman également.

¹ Le terme de sérendipité est tirée d'un conte persan, *les trois princes de Serendip*. Ce terme, créé par l'écrivain H. Walpole, dérive d'un ancien nom du Sri Lanka. La sérendipité s'applique entre autres à des constatations ou des découvertes fortuites, mais néanmoins plaisantes.

D. Abréviations employées

Ce chapitre regroupe les abréviations utilisées dans ce rapport. Les numéros de pages renvoient aux parties du texte où ces termes sont mentionnés.

ADPCM *adaptive differential pulse code modulation*, p. 111

AR autorégressif (modèle ou signal)

ARMA autorégressif à moyenne mobile (modèle ou signal)

AVO amplitude *vs* offset, p. 4

biHaar transformée de Haar à recouvrement, p. 78

CDP *common depth point* (collection en profondeur commune) p. 203

CMP *common mid point* (collection en point milieu) p. 202

dB décibel, p. 36

DPCM *differential pulse code modulation*, p. 111

ELT *extended lapped transform*, cf. [Mal92, p. 180 sq.]

ERP équation de reconstruction parfaite : par blocs, p. 70, avec recouvrement, p.81

GenLOT *generalized lapped orthogonal transform* (cf. TSOR), p. 98 ou cf. [dNR96]

JPEG *Joint photographic expert group*, p. 42 ou cf. [PM93]

LOT *lapped orthogonal transform* (cf. TOR), p. 93 ou cf. [Mal92]

LPC *linear predictive coding* (codage par prédiction linéaire), p. 46 ou [JN84, p. 387 sq.]

MLT *modulated lapped transform*, cf. [Mal92, p. 175 sq.]

PCM *pulse code modulation*, p. 111

QAI quantification arborescente intrinsèque, p. 120, 123, 124 ou cf. [Sha93, SP96, DC97]

RIF à réponse impulsionnelle finie (filtre)

RLE *run length coding*, p. 32

RSB rapport signal/bruit, p. 36. Il se décline en RSBa (RSB absolu), RSBq (RSB quadratique), RSBm (RSB médian) et RSBi (RSB infini).

SPIHT *set partitioning in hierarchical trees*, p. 120 ou cf. [SP96]

TDC transformée discrète en cosinus, p. 72 ou cf. [RY90]

TDO transformée discrète en ondelettes, p. 92 (représentation : p. 209)

TDPO transformée discrète en paquets d'ondelettes, p. 92 (représentation : p. 209)

TDW transformée discrète de Walsh, p. 73 ou cf. [Bea75]

TE transformée étendue, chap. 6, p. 77 sq.

TKL transformée de Karhunen-Loève, p. 70 ou cf. [GG92, p. 240 sq.]

TLC transformée locale en cosinus, p. 92 (représentation : p. 209)

TO transformée en ondelettes, p. 92

TOR transformée orthogonale à recouvrement, p. 93

TORE transformée orthogonale à recouvrement étendu, p. 98

TSORE transformée semiorthogonale à recouvrement étendu, p. 102

WZ *weathered zone*, p. 201

E. Bibliographie personnelle

Congrès avec actes

- *Compression denoising : using seismic compression for uncoherent noise removal*
Duval L. C. et Bui Tran, V.
63rd Conference and Exhibition, European Association of Geophysicists and Engineers
Amsterdam, Pays-Bas, June 2001.
- *Seismic data compression using GULLOTS*
Duval L. C. et Nagai, T.
International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing
Salt Lake City, UT, May 2001.
- *Filter bank decomposition of seismic data with application to compression and denoising*
Duval, L. C. et Røsten, T.
70th International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, p. 2055–2058
Calgary, Canada, August 2000.
- *GenLOT optimization techniques for seismic data compression*
Duval, L. C., Bui-Tran, V., Nguyen, T. Q. et Tran, T. D.
International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, volume IV, p. 2111–2114
Istanbul, Turkey, June 2000.
- *Seismic data compression using GenLOT : towards "optimality" ?*
Duval, L. C., Bui-Tran, V., Nguyen, T. Q. et Tran, T. D.
Data Compression Conference , p. 552
Snowbird, UT, March 2000.
- *A new class of filter banks for seismic data compression*
Duval, L. C., Oksman, J. et Nguyen, T. Q.
69th International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, p. 1907–1910
Houston, TX, Oct. 1999.
- *Compression de données sismiques par ondelettes et GenLOT*
Duval, L. C. et Bui-Tran, V.
Rencontre des théoriciens des circuits de langue française, p. 23–24

- Metz, France, oct. 1999.
- *Seismic data compression : a comparative study between GenLOT and wavelet compression*
Duval, L. C. et Nguyen, T. Q.
Proc. SPIE Vol. 3813, Wavelet Applications in Signal and Image Processing VII
M. Unser, A. Aldroubi and A. F. Laine, editors , p. 802–810
Denver, CO, July 1999.
 - *Seismic data compression and QC using GenLOT*
Duval, L. C., Nguyen, T. Q. et Tran, T. D.,
61st Conference and exhibition, European Association of Geophysicists and Engineers,
volume 2, P103
Helsinki, Finland, June 1999.
 - *On Progressive Seismic Data Compression using GenLOT*
Duval, L. C., Nguyen, T. Q. et Tran, T. D.
33rd Conf. on Information Sciences and Systems, p. 956–959
Baltimore, MA, March 1999.

Articles en préparation

- *Wavelet seismic compression with progressive coding*
En préparation pour Geophysical Prospecting
- *Compression of seismic data with lapped transforms*
En préparation pour Geophysical Prospecting
- *An history of seismic data compression*
En préparation pour Oil and Gas Science and Technology

Bibliographie

- [ACM⁺01] A. Averbuch, R. Coifman, F. Meyer, J.-O. Stromberg, and A. Vassiliou. Low bit-rate efficient compression for seismic data. *Submitted to IEEE Trans. on Im. Proc.*, 2001. Preprint.
- [AF86] M. Alonso and E. J. Finn. *Physique générale*, volume 1. InterÉditions, 2e edition, 1986.
- [AH92] A. N. Akansu and R. A. Haddad. *Multiresolution signal decomposition, transforms, subbands, and wavelets*. Academic Press, San Diego, CA, 1992.
- [ANR74] N. Ahmed, T. Natarajan, and K. R. Rao. Discrete cosine transform. *IEEE Trans. on Computers*, C-23 :90–93, Jan. 1974.
- [AR95] S. O. Aase and T. A. Ramstad. On the optimality of nonunitary filter banks in subband coders. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 4(12) :1585–1591, Dec. 1995.
- [AS69] V. R. Algazi and D. J. Sakrison. On the optimality of the Karhunen-Loève expansion. *IEEE Transactions*, 11–15 :319–321, Mar. 1969.
- [BBC76] M. Bellanger, B. Bonnerot, and M. Coudreuse. Digital filtering using polyphase network : Application to sample rate alteration and filter banks. *IEEE Trans. on Acous., Speech and Signal Proc.*, pages 109–114, Apr. 1976.
- [BBH93] J. N. Bradley, C. M. Brislawn, and T. Hopper. The FBI wavelet/scalar quantization standard for grey-scale fingerprint image compression. In *Visual Info. Processing II*, volume 1961, pages 293–304, Orlando, FL, April 1993. SPIE.
- [Bea75] K. G. Beauchamp. *Walsh functions and their applications*. Academic Press, 1975.
- [Bel61] R. Bellman. *Adaptive control processes : a guided tour*. Princeton University Press, 1961.
- [Bel89] Maurice Bellanger. *Analyse des signaux et filtrage adaptatif*. Masson, 1989.
- [BFH96] J. Bradley, T. Fei, and S. Hildebrand. Wavelet compression for 3-D depth migration. In *Annual International Meeting*, volume 2, pages 1627–1629. Soc. of Expl. Geophysicists, 1996. Exp. abstracts.
- [BG69] P. Bois and G. Grau. Représentation condensée des traces simiques. *Revue du Cethedec*, 17 :15–21, 1969.

- [BGG97] P. Burger, R. Garotta, and P. Granger. Improving resolution and seismic quality assurance through field pre-processing. In *Annual International Meeting*, pages 100–103. Soc. of Expl. Geophysicists, 1997. Exp. abstracts.
- [BLP70] P. Bois and M. La Porte. Pointé automatique. *Geophysical Prospecting*, 18 :489–504, 1970.
- [Boi72] Pierre Bois. Analyse séquentielle. *Geophysical Prospecting*, 20 :497–513, 1972.
- [Boi75] Pierre Bois. Compatibilité entre la compression de l’information sismique et son traitement. *Geophysical Prospecting*, 23(4) :682–694, Déc. 1975.
- [Bor83] T. E. Bordley. Linear predictive coding of marine seismic data. *IEEE Trans. on Acous., Speech and Signal Proc.*, 31(4) :828–835, August 1983.
- [BRAB99] G. Bernasconi, V. Rampa, F. Abramo, and L. Bertelli. Compression of downhole data. In *SPE/IADC Drilling conference*, March 1999.
- [Bro95] Anne Brocklehurst. Data compression. Technical Report EXT 70631, Seismic Quality Group, British Petroleum, 1995.
- [BV98] G. Beylkin and A. Vassiliou. Wavelet transforms and compression of seismic data. In *Mathematical geophysics summer school, lecture notes*, Stanford, 1998.
- [CB76] A. Cantoni and P. Butler. Eigenvalues and eigenvectors of symmetric centrosymmetric matrices. *Linear algebra and its applications*, 13 :275–288, March 1976.
- [CCC99] S. Crawley, R. Clapp, and J. Claerbout. Interpolation with smoothly nonstationary prediction-error filters. In *Annual International Meeting*, pages 1154–1157. Soc. of Expl. Geophysicists, October 1999. Exp. abstracts.
- [Che95] Tong Chen. Seismic data compression. Master’s thesis, Colorado School of Mines, Dec. 1995.
- [Dau92] Ingrid Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, PA, 1992. Notes from the 1990 CBMS-NSF Conference on Wavelets and Applications at Lowell, MA.
- [DBT01] L. C. Duval and V. Bui-Tran. Compression denoising : using seismic compression for uncoherent noise removal. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, June 2001. Exp. abstracts.
- [DC97] G. M. Davis and S. Chawla. Image coding using optimized significance tree quantization. In *Proc. 7th Data Compression Conference*, pages 387–396, 1997.
- [DEP98] P. L. Donoho, R. A. Ergas, and R. S. Polzer. Improved data management for interpretation systems using compression. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, June 1998. Exp. abstracts.
- [DEP99] P. L. Donoho, R. A. Ergas, and R. S. Polzer. Development of seismic data compression methods for reliable, low-noise performance. In *Annual International Meeting*, pages 1903–1906. Soc. of Expl. Geophysicists, Oct. 1999. Exp. abstracts.

-
- [DEP00] P. L. Donoho, R. A. Ergas, and R. S. Polzer. Diagnostic procedures for safe seismic data compression. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, June 2000. Exp. abstracts.
 - [DEPV96] P. L. Donoho, R. A. Ergas, R. S. Polzer, and J. D. Villasenor. Compression optimization by multidimensional wavelet transforms and data dependent quantization. In *Annual International Meeting*, volume 2, page 2042. Soc. of Expl. Geophysicists, 1996. Exp. abstracts.
 - [DEV95] P. L. Donoho, R. A. Ergas, and J. D. Villasenor. High-performance seismic trace compression. In *Annual International Meeting*, pages 160–163. Soc. of Expl. Geophysicists, 1995. Exp. abstracts.
 - [DHF96] D. E. Diller, D. Hale, and R. D. Foy. Seismic compression exchange standardization via the self-extracting archive model. In *Annual International Meeting*, pages 2039–2040. Soc. of Expl. Geophysicists, 1996. Exp. abstracts.
 - [DN01] L. C. Duval and T. Nagai. Seismic data compression using GULLOTS. In *Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc.*, 2001.
 - [dNR96] R. L. de Queiroz, T. Q. Nguyen, and K. R. Rao. The GenLOT : generalized linear-phase Lapped Orthogonal Transform. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 44(3) :497–507, Mar. 1996.
 - [Don95] David L. Donoho. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 41(3) :613–627, May 1995.
 - [Don98] Paul L. Donoho. Seismic data compression : Improved data management for acquisition, transmission, storage, and processing. In *Proc. Seismic'98*, pages 1–7, 1998.
 - [Don99] Paul L. Donoho. Draft proposal for development of final SCDI report. Technical report, SCDI Meeting, November 1999.
 - [dR95] R. L. de Queiroz and K. R. Rao. On reconstruction methods for processing finite-length signals with paraunitary filter banks. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 43(10) :2407–2410, October 1995.
 - [DR00] L. C. Duval and T. Røsten. Filter bank decomposition of seismic data with application to compression and denoising. In *Annual International Meeting*, pages 2055–2058. Soc. of Expl. Geophysicists, 2000. Exp. abstracts.
 - [DW97a] A. J. Deighan and D. R. Watts. Filtering of seismic data in 1-D using a wavelet packet transform. In *Annual International Meeting*, pages 1322–1325. Soc. of Expl. Geophysicists, November 1997. Exp. abstracts.
 - [DW97b] A. J. Deighan and D. R. Watts. Ground-roll suppression using the wavelet transform. *Geophysics*, 62(6) :1896–1903, 1997.

- [EL92] W. J. M. Epping and A. R. L'Istelle. Data compression of seismic images by neural networks. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, 47(3) :423–430, mai-juin 1992.
- [EPDG96] R. A. Ergas, R. S. Polzer, P. L. Donoho, and P. Y. Galibert. Pitfalls in compressing land seismic trace data. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, 1996. Exp. abstracts.
- [FCS94] M. Fargues, G. Coutu, and S. D. Stearns. Seismic data compression using adaptive filters. In *Proc. 37th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, volume 2, pages 957–960, 1994.
- [GG92] A. Gersho and R. M. Gray. *Vector Quantization and Signal Compression*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1992.
- [GGM85] P. Goupillaud, A. Grossmann, and J. Morlet. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, 23 :85–102, 1984/85.
- [GSED96] P.-Y. Galibert, J. P. Stigant, R. A. Ergas, and P. L. Donoho. Seismic trace compression and transmission for North Sea 3-D survey. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, June 1996. Exp. abstracts.
- [GSW71] D. Gubbins, I. Scollar, and P. Wisskirchen. Two dimensional digital filtering with Haar and Walsh transforms. *Ann. Geophys.*, 27(2) :85–104, 1971.
- [Haa10] Alfred Haar. Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme. *Mathematische Annalen*, 69 :331–371, 1910.
- [HE94] J. W. Haines and D. M. Etter. Analysis of lossless data compression using multirate filter banks. In *Proc. 37th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, volume 2, pages 935–938, 1994.
- [HG81] T. Hu and G. H. F. Gardner. Influence of signal-to-noise ratio on sign-bit recovery. In *Annual International Meeting*, pages 3905–3940. Soc. of Expl. Geophysicists, 1981.
- [Hil91] D. Hilbert. Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück. *Math. Ann.*, 38 :459–460, 1891.
- [HJ85] R. A. Horn and C. R. Johnson. *Matrix analysis*. Cambridge University Press, 1985.
- [HMR95] M. Hall, D. Monk, and E. Reiter. An evaluation of seismic data compression on the interpretability of the final product. In *Conference and Technical Exhibition*, volume 1. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, May-June 1995. Exp. abstracts.
- [Hol95] Matthias Holschneider. *Wavelets, an analysis tool*. Oxford Science Publications, 1995.

-
- [Huf52] David A. Huffman. A method for the construction of minimum redundancy codes. *Proc. IRE 40*, pages 1098–1101, September 1952.
 - [II98] J. W. Ioup and G. E. Ioup. Noise removal and compression using a wavelet transform. In *Annual International Meeting*, pages 1076–1079. Soc. of Expl. Geophysicists, 1998. Exp. abstracts.
 - [Jai89] A. K. Jain. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
 - [JN84] N. S. Jayant and P. Noll. *Digital Coding of Waveforms*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1st edition, 1984.
 - [JS96] Z. Jericevic and G. A. Sitton. Lossless compression of seismic data. In *Annual International Meeting*, volume 2, pages 2035–2038. Soc. of Expl. Geophysicists, 1996. Exp. abstracts.
 - [KAJ00] F. Khène and S. Abdub-Jauwad. Efficient seismic compression using the lifting scheme. In *Annual International Meeting*, pages 2052–2054. Soc. of Expl. Geophysicists, Aug. 2000. Exp. abstracts.
 - [KP95] A. Kiely and F. Pollara. Subband coding methods for seismic data compression. In *Proc. Space and Earth Science Data Compression Workshop*, pages 25–34, Salt Lake City, Utah, Mar. 1995.
 - [KY91] J. Katto and Y. Yasuda. Performance evaluation of subband coding and optimization of its filter coefficients. In *Visual Communication and Image Processing*, pages 95–106. SPIE, Nov. 1991.
 - [Lav86] M. Lavergne. *Méthodes sismiques*. Éditions Technip, 1986.
 - [LMMS94] F. Livingston, N. Magotra, W. McCoy, and S. Stearns. Lossless data compression in real time. In *Proc. 28th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, volume 2, pages 1247–1250, 1994.
 - [LS92] Y. Luo and G. T. Schuster. Wave packet transform and data compression. In *Annual International Meeting*, pages 1187–1190. Soc. of Expl. Geophysicists, 1992. Exp. abstracts.
 - [LY82] M. Lee and R. Yarlagadda. Reversible seismic data compression. In *Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc.*, pages 1870–1873, 1982.
 - [Mal89] Stéphane G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Int.*, 11(7) :674–693, July 1989.
 - [Mal90] Henrique S. Malvar. Lapped transforms for efficient transform/subband coding. *IEEE Trans. on Acous., Speech and Signal Proc.*, 38(6) :969–978, June 1990.

- [Mal92] Henrique S. Malvar. *Signal Processing with Lapped Transforms*. Artech House, 1992.
- [Mal98a] Stéphane Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, 1998.
- [Mal98b] Henrique S. Malvar. Biorthogonal and nonuniform lapped transforms for transform coding with reduced blocking and ringing artifacts. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 46(4) :1043–1053, April 1998.
- [Mal00] Henrique S. Malvar. Fast progressive image coding without wavelets. In *Proc. 10th Data Compression Conference*, pages 243–252, 2000.
- [MB98] J. M. F. Moura and G. S. Bruno. DCT/DST and Gauss-Markov fields : conditions for equivalence. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 46(9) :2571–2574, September 1998.
- [MC98] X. G. Miao and S. Cheadle. Noise attenuation with wavelet transforms. In *Annual International Meeting*. Soc. of Expl. Geophysicists, 1998. Exp. abstracts.
- [Mey92] Yves Meyer. *Ondelettes et algorithmes concurrents*. Hermann, Paris, 1992.
- [Mey99] F. G. Meyer. Fast compression of seismic data with local trigonometric bases. In M. Unser, A. Aldroubi, and A. F. Laine, editors, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing VII*, volume 3813, pages 648–658. SPIE, July 1999.
- [MF98] S. Mallat and F. Falzon. Analysis of low bit rate image transform coding. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, pages 1027–1042, April 1998.
- [MGC97] J.-L. Mari, F. Glangeaud, and F. Coppens. *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens*. Éditions Technip, 1997.
- [MMM96] G. Mandyam, N. Magotra, and W. McCoy. Lossless seismic data compression using adaptive linear prediction. In *Int. Geoscience and Remote Sensing Symp.*, volume 2, pages 1029–1031, 1996.
- [Mor95] Nicolas Moreau. *Techniques de compression des signaux*. Masson, 1995.
- [MS89] H. S. Malvar and D. H. Staelin. The LOT : Transform coding without blocking effects. *IEEE Trans. on Acous., Speech and Signal Proc.*, 37(4) :553–559, April 1989.
- [MZ93] S. Mallat and S. Zhang. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 41 :3397–3415, 1993.
- [NG96] M. Nelson and J.-L. Gailly. *The Data Compression Book*. M&T Books, 1996.
- [NIKK00] T. Nagai, M. Ikehara, M. Kaneko, and A. Kurematsu. Generalized Unequal Length Lapped Orthogonal Transform for subband image coding. *Submitted to IEEE Trans. on Im. Proc.*, 2000. Preprint.
- [NSM96] Y. W. Nijim, S. D. Stearns, and W. B. Mikhael. Lossless compression of seismic signals using differentiation. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 34(1) :52–56, January 1996.

-
- [NSM97] Yousef W. Nijim, Samuel D. Stearns, and Wasfy B. Mikhael. Pole-zero modeling for the lossless compression of seismic signals. In *Int. Symp. on Circuits and Systems*, volume 4, pages 2537–2540, June 1997.
 - [NSM00] Yousef W. Nijim, Samuel D. Stearns, and Wasfy B. Mikhael. Quantitative performance evaluation of the lossless compression approach using pole-zero modeling. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 38(1) :39–43, 2000.
 - [Pea90] G. Peano. Sur une courbe, qui remplit une aire plane. *Math. Ann.*, 36 :157–160, 1890.
 - [PEDE97] R. S. Polzer, R. A. Ergas, P. L. Donoho, and A. E. Edmonson. Dynamic range characteristics of wavelet data compression - implications for deconvolution. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, 1997. Exp. abstracts.
 - [PH92] Caryl V. Peterson and C. Robert Hutt. Lossless compression of seismic data. In *Proc. 26th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 712–716, Oct. 1992.
 - [PM93] W. B. Pennebaker and J. L. Mitchell. *JPEG – Still Image Data Compression Standard*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
 - [RAH95] T. A. Ramstad, S. O. Aase, and J. H. Husøy. *Subbands compression of images : principles and examples*. Elsevier, 1995.
 - [Rei96] Edmund C. Reiter. A quantitative comparison of 1, 2 and 3 dimensional wavelet compression methods for seismic data. In *Annual International Meeting*, volume 2, pages 1630–1633. Soc. of Expl. Geophysicists, November 1996. Exp. abstracts.
 - [RH94] E. C. Reiter and P. N. Heller. Wavelet transform-based compression of NMO-corrected CDP gathers. In *Annual International Meeting*, pages 731–734. Soc. of Expl. Geophysicists, 1994. Exp. abstracts.
 - [RLBR97] T. Røsten, J. M. Lervik, I. Balasingham, and T. A. Ramstad. On the optimality of filter banks in subband compression of seismic stack sections. In *Annual International Meeting*, pages 1338–1341. Soc. of Expl. Geophysicists, November 1997. Exp. abstracts.
 - [RLRA96] T. Røsten, J. M. Lervik, T. A. Ramstad, and L. Amundsen. Subband compression of seismic stack sections. In *Annual International Meeting*, pages 1623–1626. Soc. of Expl. Geophysicists, November 1996. Exp. abstracts.
 - [Rø96] Tage Røsten. Subband compression of seismic data with dynamic arithmetic coder allocation. Master’s thesis, Norwegian University of Science and Technology, March 1996.
 - [Rø00] Tage Røsten. *Seismic data compression using subband coding*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, August 2000.

- [RRA00a] T. Røsten, T. A. Ramstad, and L. Amundsen. Lossless compression of seismic trace headers. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, June 2000. Exp. abstracts.
- [RRA00b] T. Røsten, T. A. Ramstad, and L. Amundsen. Part I : Subband coding of common offset gathers. *Submitted to Geophysics*, 2000. Preprint.
- [RST99] V. Rampa, U. Spagnolini, and A. Tanzi. Lossy compression of seismic data based on the X2-T discrete wavelet transform. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, 1999. Exp. abstracts.
- [RWBR97] T. Røsten, P. Waldemar, I. Balasingham, and T. A. Ramstad. A review of subband coding of seismic data. In *Norwegian Signal Proc. Symp. and Workshop*, pages 69–74, May 1997.
- [RY90] K. R. Rao and P. Yip. *Discrete Cosine Transform – Algorithms, Advantages and Applications*. Academic Press, 1990.
- [SB66] J. W. Schwartz and R. C. Barker. Bit-plane encoding : a technique for source coding. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2(4) :385–392, 1966.
- [SED⁺95] J. P. Stigant, R. A. Ergas, P. L. Donoho, A. S. Minchella, and P. Y. Galibert. Field trial of seismic compression for real time transmission. In *Annual International Meeting*, pages 960–962. Soc. of Expl. Geophysicists, Oct. 1995. Exp. abstracts.
- [SH92] Odd A. Steinlein and Øyvind Hjelle. Compact digital representation of seismic sections. In *Annual International Meeting*, pages 1176–1178. Soc. of Expl. Geophysicists, Oct. 1992. Exp. abstracts.
- [Sha93] Jerome M. Shapiro. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 41 :3445–3462, Dec. 1993.
- [SHA99] Karl Skretting, John Håkon Husøy, and Sven Ole Aase. Improved Huffman coding using recursive splitting. In *Norwegian Signal Proc. Symp. and Workshop*, Asker, Norway, 1999.
- [SJS91] A. S. Spanias, S. B. Jonsson, and S. D. Stearns. Transform methods for seismic data compression. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 29(3) :407–416, May 1991.
- [SK90] R. A. Strelitz and Y. Keshet. Integral transforms, data compression, and automatic analysis of seismic sections. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 28(6) :982–991, Nov. 1990.
- [SN96] G. Strang and T. Nguyen. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA, 1996.
- [SP78] P. D. Stigall and P. Panagos. Data compression in micro-processor based acquisition systems. *IEEE Trans. Geoscience Electronics*, 16 :323–332, October 1978.

-
- [SP96] A. Said and W. A. Pearlman. A new fast/efficient image codec based on Set Partitioning in Hierarchical Trees. *IEEE Trans. on Circ. and Syst. for Video Technology*, 6 :243–250, June 1996.
 - [SS98] J. A. Scales and R. Snieder. What is noise ? *Geophysics*, 63(4) :1122–1124, July–August 1998.
 - [Ste95] Samuel D. Stearns. Arithmetic coding in lossless waveform compression. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 43(8) :1874–1879, Aug. 1995.
 - [STM92] S. D. Stearns, L. Tan, and N. Magotra. A technique for lossless compression of seismic data. *Int. Geoscience and Remote Sensing Symp.*, 1992.
 - [Sto71] Dale G. Stone. Seismic data compression. *Geophysical Prospecting*, 19(3) :535, 1971. Short abstract.
 - [Str99] Gilbert Strang. The discrete cosine transform. *SIAM Review*, 41 :135–147, 1999.
 - [SVN93] A. K. Soman, P. P. Vaidyanathan, and T. Q. Nguyen. Linear phase paraunitary filter banks : theory, factorizations and designs. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 41(12) :3480–3496, December 1993.
 - [Swe95] Wim Sweldens. The lifting scheme : A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions. In A. F. Laine and M. Unser, editors, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*, volume 2569, pages 68–79. SPIE, 1995.
 - [SY97] Lin Sheng, Liu Yexin, and Li Yanda. Seismic data compression by signal decomposition. In *Annual International Meeting*, volume 2, pages 1346–1349. Soc. of Expl. Geophysicists, 1997. Exp. abstracts.
 - [TdQN00] T. D. Tran, R. L. de Queiroz, and T. Q. Nguyen. Linear phase perfect reconstruction filter bank : lattice structure, design, and application in image coding. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 48 :133–147, January 2000.
 - [Thr97] Alexandre Throo. Études liées à la compression de données sismiques. Diplôme d'ingénieur, Université Louis Pasteur, École et observatoire des sciences de la Terre, Strasbourg I, septembre 1997.
 - [TN99] T. D. Tran and T. Q. Nguyen. A progressive transmission image coder using linear phase uniform filter banks as block transforms. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 8 :1493–1507, Nov. 1999.
 - [Top98] P. N. Topiwala, editor. *Wavelet image and video compression*. Kluwer Academic, 1998.
 - [Vai93] P. P. Vaidyanathan. *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
 - [VBL95] J. Villasenor, B. Belzer, and J. Liao. Wavelet filter evaluation for image compression. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 2 :1053–1060, Aug. 1995.

- [VBO96] P. Vermeer, H. Bragstad, and C. Orr. Aspects of seismic data compression. In *Annual International Meeting*, pages 2031–2034. Soc. of Expl. Geophysicists, Nov. 1996. Exp. abstracts.
- [VED96] J. D. Villasenor, R. A. Ergas, and P. L. Donoho. Seismic data compression using high-dimensional wavelet transforms. In *Proc. 6th Data Compression Conference*, pages 396–405. IEEE computer society press, Apr. 1996.
- [Ver99] Peter Vermeer. Compression of field data within system specifications. In *Annual International Meeting*, pages 1911–1913. Soc. of Expl. Geophysicists, Oct. 1999. Exp. abstracts.
- [VW97] A. Vassiliou and M. V. Wickerhauser. Comparison of wavelet image coding schemes for seismic data compression. In Akram Aldroubi, Andrew F. Laine, and Michael A. Unser, editors, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing V*, volume 3169, pages 118–126. SPIE, July 1997.
- [WDR99] D. R. Watts, A. J. Deighan, and C. Riedel. Attenuation of marine wave swell noise by stacking in the wavelet packet domain. In *Annual International Meeting*. Soc. of Expl. Geophysicists, 1999. Exp. abstracts.
- [Wic98] Mladen V. Wickerhauser. Designing a custom wavelet packet image compression scheme, with applications to fingerprints and seismic data. In Matthias Holschneider and Ginette Saracco, editors, *Perspectives in Mathematical Physics : Conference in honor of Alex Grossmann*, page 5, Marseille-Luminy, France, July 1998. CFML, CRC Press.
- [Woo74] Laurence C. Wood. Seismic data compression methods. *Geophysics*, 39(4) :499–525, Aug. 1974.
- [WRR97] P. Waldemar, T. Røsten, and T. A. Ramstad. Compression of seismic stack sections using singular value decomposition. In *Annual International Meeting*, pages 1342–1345. Soc. of Expl. Geophysicists, November 1997. Exp. abstracts.
- [WS85] B. Widrow and S. Stearns. *Adaptive Signal Processing*. Prentice Hall, 1985.
- [WW98] Y. Wang and R.-S. Wu. Migration operator decomposition and compression using a new wavelet packet best basis algorithm. In *Annual International Meeting*, pages 1167–1170. Soc. of Expl. Geophysicists, 1998. Exp. abstracts.
- [WW99a] Y. Wang and R.-S. Wu. 2-D semi-adapted local cosine/sine transform applied to seismic data compression and its effects on migration. In *Annual International Meeting*, pages 1918–1921. Soc. of Expl. Geophysicists, Oct. 1999. Exp. abstracts.
- [WW99b] R.-S. Wu and Y. Wang. Seismic data compression using adapted local cosine transform and its effects on imaging. In *Conference and Technical Exhibition*. European Assoc. of Geoscientists and Engineers, Jun. 1999. Exp. abstracts.

- [WW00a] Y. Wang and R.-S. Wu. Improvements on seismic data compression and migration using compressed data with the flexible segmentation scheme for local cosine transform. In *Annual International Meeting*, pages 2048–2051. Soc. of Expl. Geophysicists, 2000. Exp. abstracts.
- [WW00b] Y. Wang and R.-S. Wu. Seismic data compression by an adaptive local cosine/sine transform and its effects on migration. *Geophysical Prospecting*, 48, 2000.
- [XGO96] Z. Xiong, O. Guleryuz, and Michael T. Orchard. A DCT-based embedded image coder. *IEEE Signal Processing Letters*, November 1996.
- [Yil87] Ö. Yilmaz. *Seismic data processing*. Society of Exploration Geophysicists, 1987.
- [ZL77] J. Ziv and A. Lempel. A universal algorithm for sequential data compression. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 23 :337–343, 1977.